

**Projet ANR-AA-PPPP-000**

**Acronyme et/ou nom du projet**

Programme physi&géométrie 2006-2011

<b>A</b>	<b>IDENTIFICATION .....</b>	<b>3</b>
<b>B</b>	<b>RÉSUMÉ CONSOLIDÉ PUBLIC.....</b>	<b>3</b>
	B.1 Instructions pour les résumés consolidés publics .....	3
	B.2 Résumé consolidé public en français .....	4
	B.3 Résumé consolidé public en anglais .....	6
<b>C</b>	<b>MÉMOIRE SCIENTIFIQUE .....</b>	<b>8</b>
	C.1 Résumé du mémoire .....	16
	C.2 Enjeux et problématique, état de l'art .....	16
	C.3 Approche scientifique et technique .....	17
	C.4 Résultats obtenus .....	17
	C.5 Exploitation des résultats .....	18
	C.6 Discussion.....	18
	C.7 Conclusions.....	19
	C.8 Références .....	21
<b>D</b>	<b>LISTE DES LIVRABLES.....</b>	<b>21</b>
<b>E</b>	<b>IMPACT DU PROJET .....</b>	<b>21</b>
	E.1 Indicateurs d'impact.....	21
	E.2 Liste des publications et communications.....	22
	En 1752, d'Alembert inaugura une méthode de résolution des équations du mouvement d'un fluide incompressible bidimensionnel via l'introduction d'une fonction (holomorphe) de variable complexe. Cette méthode connut quelques beaux succès au 19e siècle et au début du 20e siècle, particulièrement dans le travail de Helmholtz sur les mouvements discontinus de fluides et dans le travail de Kutta sur les ailes d'avion. Dans certains cas, la situation physique suggéra de nouvelles mathématiques, dans d'autres la méthode mathématique permit d'introduire un concept physique nouveau .....	38
	International Fall Workshop, 29 October 2010 .....	40
	E.3 Liste des éléments de valorisation .....	45
	E.4 Bilan et suivi des personnels recrutés en CDD (hors stagiaires) ..	46

*Ce document est à remplir par le coordinateur en collaboration avec les partenaires du projet. L'ensemble des partenaires doit avoir une copie de la version transmise à l'ANR.*

*Ce modèle doit être utilisé uniquement pour le compte-rendu de fin de projet.*

## A IDENTIFICATION

Acronyme du projet	Physi&géométrie
Titre du projet	Géométrie et physique à la charnière des XIX et XX <sup>e</sup> siècles
Coordinateur du projet (société/organisme)	Equipe SPHERE Université Paris Diderot
Période du projet (date de début – date de fin)	
Site web du projet, le cas échéant	

Rédacteur de ce rapport	
Civilité, prénom, nom	Professeur Jean-Jacques Szczeciniarz
Téléphone	0157276880
Adresse électronique	Szczeciniarz@paris7.jussieu.fr
Dates de rédaction	Juillet 2012, octobre 2013

Si différent du rédacteur, indiquer un contact pour le projet	
Civilité, prénom, nom	
Téléphone	
Adresse électronique	

Liste des partenaires présents à la fin du projet (société/organisme et responsable scientifique)	Darrigol Olivier CNRS DR, Smadja Ivahn MCF Université Paris Diderot, Lachièze -Rey Marc DR CNRS, Chorlay Renaud Prag Université P4, Afriat Alexandre MCF université de Bretagne, Rodin André Post doc P7 Université, Nabonnand Philippe Pr Université Nancy 2, Flamand Dominique CNRS DR, Merker Joël Université Paris 11 Bennequin Daniel Pr Université Paris Diderot
---	--

## B RÉSUMÉ CONSOLIDÉ PUBLIC

*Ce résumé est destiné à être diffusé auprès d'un large public pour promouvoir les résultats du projet, il ne fera donc pas mention de résultats confidentiels et utilisera un vocabulaire adapté mais n'excluant pas les termes techniques. Il en sera fourni une version française et une version en anglais. Il est nécessaire de respecter les instructions ci-dessous.*

### B.1 INSTRUCTIONS POUR LES RÉSUMÉS CONSOLIDÉS PUBLICS

*Les résumés publics en français et en anglais doivent être structurés de la façon suivante.*

*Titre d'accroche du projet (environ 80 caractères espaces compris)*

*Titre d'accroche, si possible percutant et concis, qui résume et explicite votre projet selon une logique grand public : il n'est pas nécessaire de présenter exhaustivement le projet mais il faut plutôt s'appuyer sur son aspect le plus marquant.*

*Les deux premiers paragraphes sont précédés d'un titre spécifique au projet rédigé par vos soins.*

*Titre 1 : situe l'objectif général du projet et sa problématique (150 caractères max espaces compris)*

*Paragraphe 1 : (environ 1200 caractères espaces compris)*

*Le paragraphe 1 précise les enjeux et objectifs du projet : indiquez le contexte, l'objectif général, les problèmes traités, les solutions recherchées, les perspectives et les retombées au niveau technique ou/et sociétal*

**Titre 2 : précise les méthodes ou technologies utilisées** (150 caractères max espaces compris)

**Paragraphe 2 :** (environ 1200 caractères espaces compris)

Le paragraphe 2 indique comment les résultats attendus sont obtenus grâce à certaines méthodes ou/et technologies. Les technologies utilisées ou/et les méthodes permettant de surmonter les verrous sont explicitées (il faut éviter le jargon scientifique, les acronymes ou les abréviations).

**Résultats majeurs du projet** (environ 600 caractères espaces compris)

Faits marquants diffusables en direction du grand public, expliciter les applications ou/et les usages rendus possibles, quelles sont les pistes de recherche ou/et de développement originales, éventuellement non prévues au départ. Préciser aussi toute autre retombée= partenariats internationaux, nouveaux débouchés, nouveaux contrats, start-up, synergies de recherche, pôles de compétitivités, etc.

**Production scientifique et brevets depuis le début du projet** (environ 500 caractères espaces compris)

Ne pas mettre une simple liste mais faire quelques commentaires. Vous pouvez aussi indiquer les actions de normalisation

**Illustration**

Une illustration avec un schéma, graphique ou photo et une brève légende. L'illustration doit être clairement lisible à une taille d'environ 6cm de large et 5cm de hauteur. Prévoir une résolution suffisante pour l'impression. Envoyer seulement des illustrations dont vous détenez les droits.

**Informations factuelles**

Rédiger une phrase précisant le type de projet (recherche industrielle, recherche fondamentale, développement expérimental, exploratoire, innovation, etc.), le coordonnateur, les partenaires, la date de démarrage effectif, la durée du projet, l'aide ANR et le coût global du projet, par exemple « Le projet XXX est un projet de recherche fondamentale coordonné par xxx. Il associe aussi xxx, ainsi que des laboratoires xxx et xxx). Le projet a commencé en juin 2006 et a duré 36 mois. Il a bénéficié d'une aide ANR de xxx € pour un coût global de l'ordre de xxx € »

## **B.2 RÉSUMÉ CONSOLIDÉ PUBLIC EN FRANÇAIS**

### **Résumé du mémoire**

Cf Résumé consolidé public

Résumé consolidé public.

***La géométrie pour et dans la physique. De Gauss à Riemann jusqu'à la théorie de la Relativité. De la géométrie projective complexe à la Mécanique quantique.***

Ce n'est pas de la simple déraisonnable efficacité des mathématiques qu'il s'agit mais de leur nature même

Le projet est scientifique historique, philosophique et scientifique. Il a pour but de comprendre comment la géométrie avec ses transformations majeures dont il a fallu prendre la mesure, au cours du XIX<sup>e</sup> siècle et au début du XX<sup>e</sup> siècle dans le moment même où elle se transformait rendait possible un nouveau rapport avec la physique mathématique. Une connaissance de l'histoire conceptuelle de la géométrie rend compte à de nombreux égards des nouvelles conceptions de la physique. Des transformations profondes dans la géométrie : géométrie à plusieurs variables complexes, géométrie différentielle donnant lieu au concept de variété et de courbure ont tendance à prendre une signification physique dans leur mise en place. Par ailleurs dans un mouvement inverse la géométrie a pu saisir dans son propre développement les relations

élémentaires avec des opérations de la pratique de la physique (mécanique, dynamique, électricité, magnétisme). Une analyse de ce double rapport a été menée sur le concept de coordonnées, sur celui de groupes de transformations, et même sur celui de variété. Du point de vue des disciplines, l'importance de l'astronomie nous est apparue comme vecteur d'abstraction mathématique dans l'œuvre géométrique de Gauss. Une certaine position philosophique est apparue dans les œuvres principales que nous avons analysées et même comme position autonome de certains d'entre eux. C'est le cas chez Gauss, Riemann, Lie, Helmholtz parmi ceux que nous avons particulièrement travaillés.

*De l'analyse des œuvres à leur traduction. De l'Histoire des sciences aux sciences elles-mêmes. De l'usage des théories contemporaines à l'analyse de leur passé.*

Chacune des œuvres dont nous avons proposé l'analyse est spécifique mais nous avons procédé à leur analyse suivant des méthodes classiques. Pour les comprendre il a fallu les resituer dans leur contexte original. Pour ce faire, nous sommes retournés au texte lui-même en deçà des traductions existantes et nous avons privilégié la mise en évidence de leur signification d'abord mathématique. Chacune des catégories analysées a exigé que du point de vue d'un mathématicien contemporain on puisse construire ce qui faisait que la forme qui apparaissait n'était pas le concept contemporain, exemple le concept de surface chez Gauss et celui de surface abstraite ou de variété. Ou encore l'espace projectif comme variété et certaines propriétés de ce concept que l'on trouve chez Gauss.

Le travail s'est également fondé sur l'usage des catégories existantes d'histoire. Savoir s'il y a un style dans l'écriture et l'exposition dans l'œuvre de Gauss ou dans celle de Riemann a permis une analyse plus précise de certains éléments des deux œuvres majeures qui ont occupé une grande partie des travaux de notre projet : la « Dissertation sur les Surfaces » de Gauss et « Sur les hypothèses qui sont au fondement de la géométrie » de Riemann. Ce fut également le cas des autres ouvrages.

Dans la dynamique contemporaine des nouvelles relations entre physique et géométrie qui sont marquées par une montée générale de la géométrie certains types de relation ont pu être extraits et nous ont servi de moyens de comparaison. C'est le cas de la théorie centrale du physicien mathématicien Roger Penrose qui assigne une place motrice dans sa conception de la physique pour la nature des nombres complexes. Nous avons également fait usage de la théorie moderne des catégories

## *Production scientifique*

Essentiellement des ouvrages : ouverture d'une collection chez l'éditeur Hermann. « Penser avec les sciences ». Quatre ouvrages : deux sont publiés, les deux autres sont sous presse. Ils portent sur les thèmes du projet, Riemann, Lie, Von Staudt, Möbius. Dans le cadre d'un projet en cours, une série de Source Book, à destination d'un public d'étudiants et d'enseignants le premier est sous presse.

Deux sortes de séminaires : réguliers (Séminaire Riemann), spécifiques (Workshop ), journées scientifiques. Un colloque organisé à Caen sur le réalisme en physique a permis de prolonger ces analyses lors de l'année Einstein (2005) commémorative de 1905.

## *Informations factuelles*

Le projet Phys&Géométrie est un projet de recherche fondamentale coordonné par Jean-Jacques Szczeciniarz laboratoire REHSEIS, avec comme partenaire le Laboratoire de Nancy 2 (G. Heinzmann), il associe aussi l'Université de Provence (Joël Merker) et le laboratoire Astrophysique et Particules de Paris 7 (Marc Lachièze-Rey). Il a commencé en novembre 2006 s'est terminé en novembre 2010, nous avons obtenu un prolongement jusqu'en avril 2011 : pour mettre en place la publication d'ouvrages et un colloque. Il a bénéficié d'une aide de l'ANR de 59000<sup>E</sup> pour un coût complet de 1864 422<sup>E</sup>.

### **B.3 RÉSUMÉ CONSOLIDÉ PUBLIC EN ANGLAIS**

#### **Résumé consolidé en anglais**

***Geometry for and in physics. From Gauss to Riemann until Relativity Theory. From projective complex geometry to Quantum Mechanics.***

The research does not concern the “unreasonable effectiveness of mathematics” but their nature. The project is scientific, historical and philosophical.

Its goal is to understand how Geometry -with major changes which we had to take the measure- during the nineteenth Century and in early twentieth Century in the same moment turned out to make possible a new relationship with the mathematical physics it is intended to. Knowledge of the conceptual history of Geometry reflects in many ways the new concepts of physics. Profound changes in the geometry : geometry several complex variables , differential geometry giving rise to the concept of variety

(manifold) and curvature tend to take a physical meaning in their implementation. Moreover, in a reverse movement geometry has been entered in its own development relationships with elementary operations of the practice of physics (mechanics, dynamics, electricity, magnetism). An analysis of this dual relationship was conducted on geometrical concepts : on the concept of coordinates, on the concept the group of transformations, and on the manifold concept. From the point of view of the disciplines, the importance of astronomy emerged as carrier of the mathematical abstraction in geometric work of Gauss. Some philosophical position appeared in the major works we have analyzed and even as a stand-alone position of some of them. This is the case with Gauss, Riemann, Lie, Helmholtz among those that we have specifically worked on.

***From Analysis of works to their translation. From the History of Science to sciences as suchs. The use of contemporary theories to analyze their past.***

Each of the works we proposed analysis is specific but we conducted the analysis using conventional methods. In order to understand them it was important to place them in their original context. To do this, we returned to the text itself below existing translations and we preferred to highlight of their first mathematical meaning. Each of the categories analyzed demanded that the point of view of a contemporary mathematician can be built and then by means of it we show that the features of the form that appeared was not the contemporary concept, as the concept of area in Gauss was not yet an abstract surface or manifold. Or projective space as variety and some properties of this concept found in Gauss.

The work is also based on the use of existing historical categories. The analysis of a style in writing and exposure in the work of Gauss or Riemann allowed a more precise analysis of certain elements of the two major works that have occupied a large part of our work project: " Essay on Surfaces" Gauss and "On the Hypotheses that are the foundation of geometry" Riemann. This was also the case of other works.

In the contemporary dynamic new relationships between physics and geometry that are marked by a general increase of the geometry certain kind of relationship could be extracted and we have used those as comparison means. This is the case of the important theory of mathematical physicist Roger Penrose which attributes a driving role in the design of the physical to the nature of complex numbers. We also made use of the modern theory of categories.

***Results of the project.*** Traduction non demandée. Cf. Fin du mémoire scientifique.

They are philosophical and theoretical. Highlighting the two basic directions for organizing the relationship between physics and mathematics. On the one side geometry is originally involved in the physical practice and in the final geometrization of physics and cosmology, current or projected, on the other side a "physicalization" of geometry, originated as the Gaussian sphere in astronomy or invented by Riemann surfaces e.g., or and finally one finds a resurgence of physics in the form of primitive physicist activity or of intervention of current theoretical physics in the theoretical developments of geometry.

The fact that work on one of the disciplines (analytical, projective, algebraic geometry etc.) in their inherent depth introduced the action of external disciplines became clear. It is the case of geometry and physics.

*Suivre impérativement les instructions ci-dessus.*

## **C MÉMOIRE SCIENTIFIQUE**

### Mémoire scientifique

Rapport sur le projet « Géométrie et Physique à la charnière des XIX et XX<sup>e</sup> siècles ».

L'objectif ambitieux a été de comprendre la nature et la diversité des relations qui se sont établies entre la géométrie en un sens large et la physique dans cette période de la fin du XIX<sup>e</sup> siècle. Pour mettre en évidence des aspects essentiels de la révolution géométrique qui a précédé de plus de cinquante ans mais néanmoins accompagné la révolution en physique du début du XX<sup>e</sup> siècle. L'interrogation effectuée du point de vue de l'historien des sciences se doublait d'une autre question philosophique celle-là, celle de l'organisation de la physique mathématique de ce qui la structure et ce qui la meut ainsi que la question en retour de ce qui meut de l'intérieur la construction des mathématiques : il s'agissait de mettre en évidence des schèmes constitutifs des géométries qui comportent et produisent même des formes physiques de fonctionnement pour la géométrie elle-même.

A-Le travail s'est d'abord effectué à travers une analyse des différentes géométries disciplinaires. Comment ces géométries se sont-elles constituées et différenciées ? Quel rôle ont-elles joué dans la construction des nouveaux éléments de la physique ?

1) La géométrie complexe en une et plusieurs variables est un élément important de compréhension de la question qui nous a occupés. Dans la suite du séminaire organisé par D. Flament et Jean-Jacques Szczeciniarz des séances portant en parallèle sur le cas d'une et plusieurs variables ont été données. Deux thèmes ont émergé : la spécificité du travail en plusieurs variables par rapport à celui qui se fait en une variable, et comment l'extension s'est faite. En plus général ce qui a fait que la géométrie complexe a constitué un système d'extension des objets géométriques et mathématiques. Ces deux thèmes travaillés ont ouvert sur la physique. Cette double extension au domaine complexe et en plusieurs variables à travers deux nouvelles formes de spatialisation, nous ont fourni des analyses de nombreuses opérations mathématiques et de structures pour la physique. Ces analyses ont débouché sur celle d'une œuvre qui est encore en développement, celle de Roger Penrose et de la théorie des twisteurs qui prend explicitement appui sur ce qu'il appelle le caractère holomorphe d'une grande partie de la réalité physique.

2) La géométrie différentielle en plusieurs naturellement en plusieurs variables réelles a fait l'objet d'une deuxième thématique. Son centre a été d'abord l'analyse de la naissance d'abord de la signification ensuite de la notion de géométrie intrinsèque. Il s'agit des mouvements théoriques par lesquels un objet géométrique est à même de fournir des indications sur et parfois même bien plus, des conditions de son propre engendrement. Sur ce terrain il s'est agi d'analyser la constitution du concept de courbure d'abord, concept qui est certainement par ses développements à la base de tout un champ de la physique surtout de la théorie de la relativité générale.

L'analyse de la *Dissertation* de Gauss sur les surfaces a pu mettre en évidence un nombre important de ces éléments. Comment le champ métrique (et le concept de métrique) comme élaboration géométrique des conditions de la mesure des choses implique un repliement de l'objet sur lui-même et donc est à la base de la notion d'intrinsécité.

L'analyse de cet ouvrage de F. Gauss a fait un élément majeur pour ce qui concerne sa première partie du travail de doctorat de Joël Merker et est en passe seulement maintenant pour son ensemble, d'être achevée par Jean-Jacques Szczeciniarz. Un ensemble de travaux qui ont convergé pour une grande partie d'entre eux dans l'œuvre de Gaston Darboux (Théorie des Surfaces) ont été entrepris dans la suite de l'analyse de Gauss. Les thèmes mis en évidence ne sont pas seulement ceux de l'extension, mais celui de la différentiabilité introduite au cœur même de la géométrie. Un double mouvement d'analyse s'est déployé celui de la reconstruction de la géométrie à travers les concepts de courbes et de surfaces différentiables et dans la précision de cette construction

l'intervention nécessaire de la nouvelle notion d'espace, celle d'espace vectoriel.

La notion de mesure de courbure gaussienne a permis de comprendre ce qui est la base des géométries différentes de la géométrie euclidienne, Lobatchevski et ce qu'on appellera riemannienne.

Les thèmes philosophiques qui ont émergé et ont donné lieu à publication sont ceux que Joël Merker a mis en vedette : celui de l'ouverture questionnante que le texte de Gauss et plus encore celui de Riemann dont nous allons parler plus bas, pratique. Une œuvre comme celle de Gauss ne ferme pas les questions et si elle en résout d'importantes, en ouvre encore plus qui ne se situent pas seulement sur le terrain reconnu des mathématiques mais encore sur celui de la philosophie mathématique. Elle s'interroge sur la nature même des relations entre la physique et les mathématiques et plus encore sur celle de la métaphysique de l'activité géométrique. Cette thématique débouche sur cette autre : la géométrie et la physique et sans doute d'autres disciplines travaillent sur la base d'une réflexion sur elles-mêmes, la réflexivité les caractérise. C'est cette réflexivité qui est apparue sous des formes différentes tant sur le plan philosophique que sur celui de la géométrie dans les œuvres que nous avons analysées, la notion d'intrinsécité ou même de courbure en sont une forme.

4)Le concept de variété.

a)L'analyse de l'œuvre de Riemann a été le second pôle directeur des travaux de notre ANR. La Dissertation sur les « Hypothèses qui sont au fondement de la géométrie », texte moult fois analysé, commenté, traduit a fait l'objet de travaux de nature différente.

La philosophie réflexive et active de cette œuvre a été reprise sur la base des nombreux analyses déjà produites. Plus précisément, c'est ce sur quoi Joël Merker a insisté dans sa thèse et dans le livre publié dans le cadre de cette ANR sur la méthode à l'œuvre dans la philosophie de Riemann. Selon une expression ramassée, Riemann ose donc ouvrir le champ encore inexistant des relations possibles entre concepts potentiels. La reprise de l'analyse de la Dissertation de Riemann par Joël Merker a mis en valeur – c'est là un acquis de ce travail-

Il montre comment pour Riemann le tridimensionnel s'engendre à partir du bidimensionnel d'une manière inédite qui ouvre à un ensemble de travaux que Merker décrit grâce au travail qu'il a effectué sur Lie, sur lequel je reviens plus bas.

Une interdépendance fondamentale entre le géométral et le fonctionnel est en jeu dans la thèse de Riemann. Les raisonnements analysés pourraient être considérés comme vagues et imprécis englobent des pans entiers de la géométrie à plusieurs dimensions que Engel et Lie allaient être les premiers à développer d'une manière systématique. Une analyse s'est dessinée de l'étude de l'expression différentielle quadratique qui

généralise l'expression connue en coordonnées paramétriques intrinsèques de la métrique sur une surface courbe dont Gauss a montré dans son *Theorema Egregium* qu'elle possède une mesure de courbure comme invariant à travers toute transformation isométrique. Riemann renverse la question et est par là un métaphysicien des mathématiques : nous devons nous interroger dit Joël Merker prêtant ce discours à Riemann sur l'existence de causes profondes qui pourraient expliquer l'émergence de telles formes symboliques ou de telles structures mathématiques. Il s'agit de trouver des principes de genèse a priori qui montreront en quoi l'expression quadratique gaussienne, ainsi que sa généralisation à des dimensions supérieures est en certain sens naturelle, nécessaire ou « la plus simple possible »

De la sorte nous pouvons voir en cette analyse nouvelle un nouveau point de vue- qui s'est également développé dans la genèse des métriques riemanniennes- sur la genèse et la philosophie de l'œuvre de Riemann.

Les autres acquis principaux de ce travail : dans le plan de son Habilitationsvortrag, après avoir exprimé son intention d'élaborer un concept de multiplicité continue Riemann veut appliquer ces considérations abstraites à l'espace. Il formule le célèbre problème de Riemann-Helmholtz. :par quelles propriétés l'espace euclidien tridimensionnel muni de la métrique pythagoricienne pourrait être caractérisé parmi toutes les géométries possibles. Une reconstruction complète de la réponse apportée par Lie à cette question est effectuée. En particulier de l'analyse de Helmholtz et de son erreur et de sa critique par Lie. Enfin le fameux problème de l'espace est résolu par Lie et l'ouvrage en fait une analyse complète. Pour la première fois est traduite en français des chapitres de l'œuvre de Lie , les chapitres 20, 21, 22, 23 de la division 5 concernant la solution du problème de Riemann-Helmholtz, précédé d'un chapitre sur les théorèmes fondamentaux sur les groupes de transformation introduits par Lie. La solution au problème formulé ainsi :trouver les propriétés qui permettent de distinguer non seulement la famille des mouvements euclidiens , mais aussi les deux familles de mouvements non euclidiens et grâce auxquelles ces trois familles apparaîtront alors comme remarquables par rapport à toutes les autres familles de mouvements d'une variété numérique.

b)La deuxième thématique de recherche explorée dans ce cadre de la géométrie différentielle est ce que Joël Merker a suivi comme la filiation Lie Cartan.

Géométrie Différentielle et physique convergent autour de la notion de groupe continu de transformations douée d'une arborescence algébrique inépuisable.

L'objectif fixé et atteint dans la thèse de Joël Merker a été de moderniser la démonstration par Elie Cartan de l'unicité du tenseur d'Einstein en

relativité générale. Les échanges entre Herman Weyl et Albert Einstein d'une part, et Elie Cartan sur la relativité générale et les connexions en physique dans les années 1920-1940 ont été commentés. Ils vont faire l'objet d'une publication.

### 3) La géométrie projective.

Le travail le plus important a été effectué par le groupe de Nancy 2 qui était notre partenaire principal dans ce projet. Dans le projet Biographies d'espaces qui a donné lieu à des séances de travail au cours desquelles les notions mathématiques ont été mises en examen, nous retenons celles qui concernent directement notre projet en particulier celles qui concernent l'espace projectif. Philippe Nabonnand a pu produire des analyses dont certaines sont encore en cours concernant la géométrie projective. Il montre que l'introduction des éléments à l'infini est d'abord justifiée par des objectifs pratiques. Mais une fois que von Staudt a introduit l'expression « point à l'infini » en la motivant de la même manière que Poncelet à partir de la figure constituée par le faisceau des sécantes passant par un même point, il n'est plus jamais question de faire la différence dans les énoncés ou dans les démonstrations entre les éléments à l'infini et les éléments ordinaires. La géométrie de von Staudt est bien celle d'un espace projectif, selon Philippe Nabonnand, à savoir un espace où les éléments à l'infini sont considérés comme des éléments ordinaires.

Le rôle de la géométrie projective a également été analysé dans certaines de ses intégrations à un programme physique.

Nous pouvons dire a posteriori que cette géométrie dans la mesure où elle construit son concept d'espace acquiert une structure physique qui provient par exemple de la compactification qu'elle a dû effectuer pour se constituer.

B-La partie proprement physique du projet s'est dessinée suivant les axes suivants et a donné les résultats suivants.

Deux séminaires principaux, l'un s'est esquissé à l'Université Nancy 2, l'autre s'est développé à l'Université Paris Diderot. Une analyse présentée par les physiciens de Nancy 2 sur la physique et ses pratiques à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, plus particulièrement le groupe « Riemann et la physique ». Elle est restée aux prémices mais a mis en évidence l'autonomie de ces pratiques concrètes par différence avec les grandes théories de physique mathématique qui se constituent. Des travaux communs ont été entamés avec l'équipe de Paris Diderot. L'autre séminaire en liaison avec lequel le projet s'est développé est celui de physique mathématique et son histoire d'Olivier Darrigol et Nadine de Courtenay. Dans ce cadre une mise au point de la position de Helmholtz sur la géométrie a été effectuée par Joël Merker ainsi qu'un travail sur la

conception que Helmholtz se fait de la mesure. En particulier la question de la nature empiriste de la référence aux petites règles reste posée.

C- La question de l'espace. Cette question est l'une de celle qui a donné lieu à des analyses concernant les relations entre la géométrie et la physique de la période qui nous a occupés et même de ses prolongements. Il est très remarquable que le travail nouveau sur le concept d'espace qui s'est développé, a vu un mouvement théorique inattendu *a priori* : plus il se précisait et défaisait les anciennes intuitions euclidiennes plus il s'approfondissait comme concept, multidimensionnel, type de grandeur, variétés réelles ou complexes, ou encore projective, eh ! bien plus il s donnait de perspectives d'analyse sur l'espace de la physique. Non seulement par exemple l'espace de la variété complexe et projective est devenu le lieu naturel de développement pour la théorie de la relativité et de la mécanique quantique, mais encore ces concepts donnent une compréhension profonde des objets physiques qu'ils logent.

## **Conclusions**

Le cadre théorique est resté fixe. Le développement que nous visons maintenant dont l'essentiel a été consigné dans un second projet ANR qui n'a pas pu être déposé est le suivant ; il s'agit de préciser l'analyse de ce qui a été projeté et non réalisé.

Le type de physique mathématique qu'ont pu construire Hermann Weyl ou à une moindre échelle Elie Cartan. L'œuvre de Hermann Weyl sera au centre du projet qui se prolonge, d'abord celle sur le concept de surface de Riemann, puis le célèbre *Raum, Zeit, Materie*. Ensuite comme type de travail à l'intérieur du et sur le corpus mathématique un travail sur la géométrie intégrale issue de l'école des mathématiques russes dans les années 50 et à terme la transformation de Roger Penrose dans le cadre de la réflexion à mener sur les circulation d'une région à l'autre du corpus.

Enfin une nouvelle réflexion sur l'unité structurale des mathématiques dans la suite de celle qu'a menée Albert Lautman. Cette unité se conçoit maintenant pour une part essentielle à travers la théorie des catégories. C'est à travers cette théorie que peut s'étudier l'unité du corpus et dans le corpus. Mais c'est également par l'intermédiaire de celle-ci que des

éléments pour l'unité de la physique peuvent être mis en forme. En particulier pour l'unité des deux grandes théories qui se partagent le règne sur la physique (théorie de la relativité, mécanique quantique). Un groupe de travail « Catégories et physique » s'est en effet mis en place. Je voudrais insister sur les relations que l'histoire des mathématiques (et de la géométrie) entretient avec la pratique mathématique. Celle-ci se développe dans un rapport incessant à son histoire qu'elle transforme intègre ou dépasse mais sur laquelle elle prend appui, et revient. Du même coup histoire et pratique s'éclairent réciproquement. De la même façon physique, physique mathématique et mathématique (géométrie) se constituent réciproquement. Cette relation n'épuise ni la géométrie ni la physique en tant que telles. La géométrie projective complexe par exemple possède sa propre logique, son ontologie sur les types d'êtres qu'elle admet dans son champ. Mais ces dernières à des niveaux différenciées possèdent une affinité (transcendantale) avec la physique qu'elle rend possible.

D'autres concepts lourds d'une histoire et d'une opérativité jouent un rôle du même genre dans le développement de ces relations entre physique et géométrie. Tel est le cas de celui de symétrie, ou de singularité. L'analyse que nous avons menée a établi une voie pour accéder à ces concepts. Quelle est l'histoire des singularités ? A quelle sorte d'immanence à son domaine doit-elle son existence ? La question qui porte sur la symétrie est du même acabit.

La philosophie qui accompagne ces théories mais qui produit des réflexions propres dans les théories en relation au-delà des principes épistémologiques qui apparaissent à l'évidence (unité, rigueur, généralisation, extension) se présente sous la forme d'une ontologie opératoire, imprégnée dans sa terminologie par les mathématiques et de la physique où elle s'est produite (on parle d'une philosophie mathématique, ou géométrique ou de l'électromagnétisme). Elle transposera dans son vocabulaire propre les processus d'extension ou de stabilité qu'elle parvient à isoler. C'est dans ce cadre qu'elle renouvelle les questions de la philosophie (platonisme, réalisme ou même des questions plus spécifiques en apparence comme celle du déflationisme de la vérité).

## Références

NB Je fournis dans cette rubrique les références générales aussi bien des résultats du projet comme les ouvrages, et les références bibliographiques générales qui me servent de fil directeur théorique.

Flament D. ; Kouneiher, J ; Nabonnand, P. ; Szczeciniarz, J.-J. : *Géométrie au XXIème siècle 1950-2000. Histoire et horizons* Hermann Editeurs Paris 2005

Gauss C. F. *Disquisitiones generales circa superficies curvas* Gött. Gel. Anz. (1827) 1761-68 Werke IV, 341-47

Merker J.,

Milnor J, :Dynamics in one complex variable, Annals of Mathematics, Studies 160, Princeton University Press , Princeton NJ, Third Edition 2006, viii + 304 p.

Milnor J. *Topology from the differentiable viewpoint*, University Press of Virginia Sixth Printing 1981

Penrose R., and Rindler W. 1984 *Spinors and Space Time vol I : Two spinors calculus and Relativistics* Cambridge University Press Cambridge

Penrose R., and Rindler W. 1986 *Spinors and Space Time vol II : Spinors and Twistor Methods in Space-Time Geometry* Cambridge University Press Cambridge

Penrose R., 2004, *The Road to Reality, A complete Guide to the Laws of the Universe* Jonathan Cape

Penrose R., 2007, *A la découverte des lois de l'Univers, La prodigieuse histoire des mathématiques et de la physique* Odile Jacob

Vuillemin, J. : *La philosophie de l'algèbre* Presses Universitaires de France Collection Epiméthée 1962

Weyl, H. : *Riemanns geometrische Ideen, ihre Auswirkung und ihre Verknüpfung mit der Gruppentheorie* (1925) Herausg. Von Chandrasekharan, Springer, 1988.

Indicateurs d'impact

Cf. Ci-dessous

*Maximum 5 pages. On donne ci-dessous des indications sur le contenu possible du mémoire. Ce mémoire peut être accompagné de rapports annexes plus détaillés.*

*Le mémoire scientifique couvre la totalité de la durée du projet. Il doit présenter une synthèse auto-suffisante rappelant les objectifs, le travail réalisé et les résultats obtenus mis en perspective avec les attentes initiales et l'état de l'art. C'est un document d'un format semblable à celui des articles scientifiques ou des monographies. Il doit refléter le caractère collectif de l'effort fait par les partenaires au cours du projet. Le coordinateur prépare ce rapport sur la base des contributions de tous les partenaires. Une version préliminaire en est soumise à l'ANR pour la revue de fin de projet.*

*Un mémoire scientifique signalé comme confidentiel ne sera pas diffusé. Justifier brièvement la raison de la confidentialité demandée. Les mémoires non confidentiels seront susceptibles d'être diffusés par l'ANR, notamment via les archives ouvertes <http://hal.archives-ouvertes.fr>.*

**Mémoire scientifique confidentiel** : oui / non

## **C.1 RÉSUMÉ DU MÉMOIRE**

*Ce résumé peut être repris du résumé consolidé public.*

## **C.2 ENJEUX ET PROBLÉMATIQUE, ÉTAT DE L'ART**

Au début du projet des travaux portant sur cette période avaient déjà été effectués. Une abondante littérature sur Riemann, sur le concept de variété, sur Gauss : l'œuvre importante de Ugo Bottazini, Christian Houzel, Jeremy Gray, de Ehrard Scholz sur tous ces sujets, *Geschichte des Mannigfaltigkeitsbegriffs von Riemann bis Poincaré*, *Curved spaces 1830-1823*, Neuenschwanger sur Riemann, J. Stäckel sur Gauss, travaux sur Helmholtz, Lie, de Schlick et Hertz, ainsi que celle de mathématiciens du XX<sup>e</sup> siècle qui ne sont pas historiens mais qui ont puisé dans ces auteurs, ou ont fait œuvre d'historiens comme par exemple B. Chabat, E. Chandrasekhar, Hermann Weyl, John Milnor, Michael Spivak. Ils spécifient tous par leurs analyses diverses les étapes de constitution des concepts de la géométrie du XX<sup>e</sup> siècle, mais ils n'ont pas centré leurs développements sur une question synthétique que l'on commence à pouvoir traiter. Nous avons choisi celle des relations à la fois internes et externes entre géométrie et physique. Nous avons mis en évidence ce qui dans le développement propre de la géométrie et dans sa révolution l'a ouverte à la physique mathématique du XX<sup>e</sup> siècle et donc en quoi elle a permis du même coup de conceptualiser la physique. Inversement il s'est agi de comprendre comment la physique en un sens plus originel a de son côté informé et structuré la géométrie. Le travail a été centré sur le concept d'*intrinsécité* inauguré en quelque sorte par Gauss. Plus la géométrie s'est recentrée sur elle –même et plus elle a rendu possible la structuration des concepts de la physique mathématique. En même temps nous avons pu que la géométrie fonctionne par extension de son domaine de conception (plusieurs variable, géométrie complexe, géométrie projective) et que c'est dans cette extension même qu'elle se « physicalise ». Enfin cette extension se fait également par les modes de

circulation qui s'établissent dans tout le corpus mathématique et permettent d'introduire dans son propre champ des concepts et des techniques issus d'autres champs. Une des cibles géométrique que le projet a en ligne de mire, qui rassemble à la fois ce travail d'extension, de circulation et de travail dans l'intrinsèque est la géométrie des twisteurs de Penrose qui est une physique mathématique géométrique.

Enfin les résultats sont liés à un développement philosophique propre issu du travail mathématique et d'histoire des mathématiques. Les ontologies des mathématiques que nous avons mis en évidence se concentrent sur une identification dynamique de l'être et de l'action, sur le caractère circulatoire des objets et des théories mathématiques, repris dans la nature réflexive des mathématiques. Enfin le choix de la géométrie n'est pas exclusif des autres disciplines mais il permet d'analyser l'ontologie extensive de la géométrie, sa montée dans tout le corpus et surtout la nature intrinsèquement spatiale d'une grande partie de l'activité et de l'être des mathématiques

*Suivre impérativement les instructions ci-dessus.*

*Présenter les enjeux initiaux du projet, la problématique formulée par le projet, et l'état de l'art sur lequel il s'appuie. Présenter leurs éventuelles évolutions pendant la durée du projet (les apports propres au projet sont présentés en C.4).*

### **C.3 APPROCHE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE**

#### **C.4 RÉSULTATS OBTENUS**

*Résultats majeurs du projet.*

Ils sont de nature philosophique et théorique. La mise en évidence des deux directions fondamentales qui ont organisé les liens entre la physique et les mathématiques. D'un côté une géométrie originaire en jeu dans la physique et une géométrisation finale en cours ou projetée, de l'autre une « physicalisation » de la géométrie, originaire comme la sphère de Gauss ou les surfaces inventées par Riemann, ou finale puisque l'on retrouve un resurgissement de la physique en personne dans les développements théoriques des géométries.

Le fait que le travail sur et dans une des disciplines dans leur profondeur immanente introduit l'action de disciplines extérieures est devenu clair.

Les publications déjà réalisées ou en cours d'impression découpent des dynamiques nouvelles dans les premières orientations de la physique mathématique qui s'est constituée. La suite de celles qui sont prévues renforce les points de vue adoptés. La montée de ceux-ci ainsi que l'intervention d'une histoire conceptuelle donnent un relief singulier aux analyses que nous pourrons mener des programmes de physique

mathématique en cours, comme par exemple le programme twistorien de Roger Penrose.

*Positionner les résultats par rapports aux livrables du projet et aux publications, brevets etc. Revisiter l'état de l'art et les enjeux à la fin du projet.*

## **C.5 EXPLOITATION DES RÉSULTATS**

Elle se fait par les conséquences qu'ils entraînent.

Nouveaux éclairages sur des épisodes de l'histoire des mathématiques : l'apparition des géométries non-euclidiennes, ouverture spéculative de la réflexion géométrique en relation avec son axiomatisation, relation qui n'est pas nécessairement d'opposition.

Réexamen de la constitution synchronique de la physique mathématique d'un point de vue différent de celui des philosophes du Cercle de Vienne ou des philosophes analytiques. Relecture critique et développement des autres thèmes lautmaniens de philosophie des mathématiques, comme local / global, ce fut le travail effectué par Renaud Chorlay.

Organisation d'un programme de publications sur les bases de la synthèse proposée. Suite des traductions proposées. Physique et mathématiques. Celles qui existent déjà revues (Dissertation de Riemann) de nouvelles. Nouvelles perspectives sur les programmes actuels cf. ci-dessous.

## **C.6 DISCUSSION**

D'abord le choix que nous avons fait de centrer le travail sur la notion d'*intrinsécité* a été discuté et est discutable. Le point de vue extrinsèque en géométrie s'est lui aussi développé et a fait valoir ses droits dans le domaine précisément de la géométrie extrinsèque, il existe des formules et des théorèmes extrinsèques en physique mathématique. Il est donc nécessaire de reprendre une analyse des rapports entre ces deux points de vue en tenant compte des apports de l'analyse du point de vue intrinsèque. La question se pose de savoir si l'intrinsèque n'est pas une modalité théorique à la fois visée pour des raisons liées à la nature réflexive de la géométrie, ou à la construction du cadre théorique de la géométrie différentielle ou projective, tandis que l'extrinsèque resterait plus directement ouvert sur l'expérience ou la constitution des modes d'intervention des formes extérieures.

Dans le même thème de discussion il faut constater que la manière dont nous avons fait intervenir la physique reste malgré tout très théorisée *a priori*. D'une part les analyses précises sur la physique de Gauss et de Riemann sont encore à faire. D'autre part le mode de constitution de la physique, relativiste ou quantique des débuts du XX<sup>e</sup> siècle a été analysé de façon encore trop unilatérale, il y manque un cadre de compréhension du jeu de l'expérience. Il reste à travailler suivant des concepts qui rendent compte des différents niveaux d'intrication entre la physique expérimentale et la géométrie.

Enfin la géométrie que nous avons théorisée dans notre cadre ne prend pas assez en compte la géométrie algébrique qui se développera dans les années cinquante dont le rôle dans la physique mathématique n'apparaît en pleine lumière que dans les développements tout récents.

Les mathématiques ne se contentent pas de jouer un rôle unificateur des théories physiques comme le montre Mikael Friedman par exemple, mais elles ont bien un rôle constituant. C'est la nature de cette constitutionnalité qui demande encore à être précisée.

C'est pourquoi nous avons proposé un autre programme de recherche dans la suite de celui-ci. L'une de ses directions de recherche porte sur les relations entre l'interne et l'externe à partir d'abord de la géométrie différentielle et complexe mais aussi sur un plan plus structurant en théorie des catégories.

De même la relation physique géométrie qui va dans les deux directions doit être examinée tout particulièrement à la lumière des développements de physique mathématique qui se produisent dans des périodes beaucoup plus proches de nous (1970-80, et même années 2000). Ces analyses auront un impact important sur les programmes de recherche de philosophie des mathématiques qui se développent actuellement.

Elles doivent relancer les programmes de traduction et publication à travers ceux que nous avons établis. Ces programmes intéressent toute la communauté scientifique. Le travail à fournir dans les directions que nous ouvrons est énorme mais nous lui avons impulsé une nouvelle dynamique.

*Discussion sur le degré de réalisation des objectifs initiaux, les verrous restant à franchir, les ruptures, les élargissements possibles, les perspectives ouvertes par le projet, l'impact scientifique, industriel ou sociétal des résultats.*

## **C.7 CONCLUSIONS**

L'ensemble de ces analyses qui ont été développées au sein de ce projet ont permis de faire apparaître et structurer des concepts qui font l'unité dynamique de la géométrie et de la physique. Celui de courbure, de

variété, et de nature intrinsèque des objets, ainsi que celui de mesure, de métrique et de topologie. En même temps elles nous ont permis d'approfondir des questions d'ontologie mathématique et en particulier géométrique. La thèse d'une abstraction indissociablement mais à des niveaux d'intrication différents, physique et mathématique a pu notamment être formulée correctement.

L'ensemble de ces analyses en a ouvert d'autres. L'une concerne la nature globale du corpus mathématique, c'est-à-dire celle de son unité de sa structuration de sa signification et de son rapport généralisé aux disciplines extérieures. L'autre est celle de son insertion et de son rôle dans la position de la grande question ouverte de l'unité de la physique.

## C.8 RÉFÉRENCES

### D LISTE DES LIVRABLES

Quand le projet en comporte, reproduire ici le tableau des livrables fourni au début du projet. Mentionner l'ensemble des livrables, y compris les éventuels livrables abandonnés, et ceux non prévus dans la liste initiale.

Date de livraison	N°	Titre	Nature (rapport, logiciel, prototype, données, ...)	Partenaires (souligner le responsable)	Commentaires
	1				

### E IMPACT DU PROJET

Ce rapport rassemble des éléments nécessaires au bilan du projet et plus globalement permettant d'apprécier l'impact du programme à différents niveaux.

#### E.1 INDICATEURS D'IMPACT

##### **Nombre de publications et de communications (à détailler en E.2)**

Comptabiliser séparément les actions monopartenaies, impliquant un seul partenaire, et les actions multipartenaies résultant d'un travail en commun.

**Attention** : éviter une inflation artificielle des publications, mentionner uniquement celles qui résultent directement du projet (postérieures à son démarrage, et qui citent le soutien de l'ANR et la référence du projet).

		Publications multipartenaies	Publications monopartenaies
International	Revue à comité de lecture		
	Ouvrages ou chapitres d'ouvrage		Joël Merker, Le problème de l'espace Sophus Lie, Friedrich Engel et le problème de Riemann-Helmholtz Hermann 325p. 2010 Philippe Nabonnan G.K.C. von Staudt Geometrie der Lage Hermann 216 p. 2011, Renaud Chorlay, Source book Géométrie et topologie différentielles 1918-1932 Hermann (sous

			<p>presse)  Dominique Flament,  Möbius bande et  contrebande Hermann  (sous presse)  Ivahn Smadja Edition  Réalismes et théorie  physiques Actes du  colloque de Caen Presses  universitaires de Caen  2008 268p.  Ivahn Smadja, Laurent  Mayet Traduction de Max  Jammer Concepts d'espace  Histoire des théories de  l'espace en physique Vrin  2006</p>
	<b>Communications (conférence)</b>	Cf ci-dessous	
<b>France</b>	<b>Revue à comité de lecture</b>	Cf. ci-dessous	
	<b>Ouvrages ou chapitres d'ouvrage</b>	idem	
	<b>Communications (conférence)</b>	idem	
<b>Actions de diffusion</b>	<b>Articles vulgarisation</b>	Science et vie Hors série septembre 2008, octobre 2011 avec Marc Lachièze Rey	
	<b>Conférences vulgarisation</b>		
	<b>Autres</b>		

### **Autres valorisations scientifiques (à détailler en E.3)**

*Ce tableau dénombre et liste les brevets nationaux et internationaux, licences, et autres éléments de propriété intellectuelle consécutifs au projet, du savoir faire, des retombées diverses en précisant les partenariats éventuels. Voir en particulier celles annoncées dans l'annexe technique).*

	<b>Nombre, années et commentaires (valorisations avérées ou probables)</b>
<b>Brevets internationaux obtenus</b>	
<b>Brevet internationaux en cours d'obtention</b>	
<b>Brevets nationaux obtenus</b>	
<b>Brevet nationaux en cours d'obtention</b>	
<b>Licences d'exploitation (obtention / cession)</b>	
<b>Créations d'entreprises ou essaimage</b>	
<b>Nouveaux projets collaboratifs</b>	
<b>Colloques scientifiques</b>	
<b>Autres (préciser)</b>	

## **E.2 LISTE DES PUBLICATIONS ET COMMUNICATIONS**

### *Liste des publications et communications* **Jean-Jacques Szczeciniarz**

*Espaces mathématiques, espaces philosophiques* in *L'espace physique entre mathématiques et philosophie* dir. M. Lachièze-Rey. 2006  
*Sur Jacques Merleau Ponty cosmologie et épistémologie* in Jacques Merleau Ponty *Une pensée du multiple* dir. A. Bachta 2006  
 Actes du colloque de Caen D'après un article de Jacques Hadamard. *Comment je n'ai pas inventé la relativité.* 2007  
*Devons-nous rester grecs ? Réflexions sur la périodicité* in *Epistémologie des systèmes dynamiques* Hermann 2007  
*La cosmologie au XX<sup>e</sup> siècle et sa structure dialectique et positive* in *Vers une nouvelle philosophie de la nature* dir J Kouneiher. Hermann 2010  
*Jean Cavaillès, l'axiomatisation de la production mathématique, quelques exemples* in *L'Archicubier* 2007  
*La philosophie de l'énergie de Pierre Duhem* in *Energie, science et philosophie au tournant des XIX<sup>e</sup> et XX<sup>e</sup> siècles* D. Ghesquier –Pourcin *Phénoménisme et énergie* *Ibid.* Hermann 2010

### **Joël Merker Revue CN**

*Lie symmetries and CR geometry* Journal of Mathematical Sciences (N. Y.) 2009  
*Lie Algebras of holomorphic vector fields in dimension 1, 2 and 3* downloadable at [www.Dma.ens.fr/~merker/](http://www.Dma.ens.fr/~merker/)  
*Le problème de l'espace Sophus Lie, Friedrich Engel et le problème de Riemann-Helmholtz* Hermann 2010 325 p.

### **Alexandre Afriat**

« The relativity of inertia and reality of nothing » (avec E. Caccese) arXiv : 0804.3146v5 2009 CN  
 « How Weyl stumbled across electromagnetism while pursuing mathematical justice » *Studies in history and philosophy of modern physics* 40 2009 CN  
 « Weyl 's unintended unification of gravitation and electricity » *Atti del Ventisettesimo congresso degli storici della fisica e dell'astronomia* Bergamo giugno 2007 CN  
 « Einstein e l teoria elettrogravitazionale di Weyl » dans *Albert Einstein, filozof e metodolog, V. Fano, F. Minazzi et I. Tassani eds* Singapour World scientific 2006 CN  
 « If Bertlmann had three feet » in *The foundations of quantum mechanics-historical analysis and open questions* C. Garola et al. Singapour World scientific 2006CN  
 « Can nothing cause nonlocal quantum jumps ? » (avec G. Tarozzi) dans *Quantum mechanics.* A. Bassi et al. (éditeurs), Melville, AIP conference proceedings. 2006 CN

Philippe Nabonnand

## Ouvrage

Traduction introduction édition

G. K. C. von Staudt ; : *Geometrie der Lage* La géométrie de position

Hermann 2011 216 p.

*"Sourcebook" Géométrie et topologie différentielles, 1918-1932.*

Textes traduits, présentés et annotés par R. Chorlay (sous presse) Hermann

## Articles

*La théorie des jets de von Staudt : une irruption de l'algèbre en géométrie* in Archives for History of Mathematics CN

Quelques reprises de thématiques leibniziennes en géométrie au 19<sup>e</sup> siècle, in *Einheit in der Vielheit Actes du VIII. Internationaler Leibniz-Kongress* 2006 CN

Cartan et les connexions, *Textes des journées d'études des 17 et 18 mars 2005, Fibrés fibrations et connexions*, Paris : Editions de la maison des Sciences de l'Homme 2005

Renaud Chorlay

## Ouvrages

*Mathématiques globales : l'émergence du couple local/global dans les théories géométriques (1851-1953)*, Préface de M. Christian Houzel.

Tapuscrit accepté (12/2008), Librairie Albert Blanchard, collection "Sciences dans l'Histoire" (R. Rashed, dir.)(A paraître).

Articles parus dans des revues à comité de lecture

*Passer au global : le cas Elie Cartan 1922-1930*

Revue d'Histoire des mathématiques 15(2) 2009

*From problems to structures : the Cousin problems and the Emergence of Sheaf Concept.* Archives for History of Exact S Sciences 2010 « Local Global » *The first twenty years* Archives for History of Exact S Sciences 2011

*The Multiplicity of Viewpoints in Elementary Function Theory : Historical and Didactical Perspectives*, in *Recent Developments on Introducing a Historical Dimension in Mathematics Education*, V. Katz and K. Tzanakis (eds.), The Mathematical Association of America, 2011.

## [Lien](#)

*Des problèmes aux structures : Henri Cartan et les problèmes de Cousin* Gazette des mathématiciens n°120 (avril 2009), p.9-18

*Quand Leibniz joue aux dés*, in *De grands défis mathématiques, d'Euclide à Condorcet*, IREM, Adapt-Vuibert, 2010. p. 99-115.

*La multiplicité des points de vue en Analyse élémentaire comme construit historique*, in *Histoire et enseignement des mathématiques : erreurs, rigueurs, raisonnements*, E. Barbin et D. Bénard (eds.), INRP, 2007. p.203-227.

*L' Analysis Situs de Poincaré : les limites d'une synthèse classique*, Actes du congrès d'histoire des sciences et des techniques, numéro hors-série du Cahier d'histoire et de philosophie des sciences, 2006.

Marc Lachièze-Rey

Réalisme relativiste in *Réalisme et Théories physiques* p. 245-258 ed. Ivahn Smadja Presses Universitaires de Caen 2008 CL

Olivier Darrigol

"The modular structure of physical theories," *Synthese*, 162 (2008), 195-223. CL

▶ "For a history of knowledge," in Costas Gavroglu and Jürgen Renn (eds.), *Positioning the history of science* [in honor of Silvan Schweber] (Dordrecht : Springer, 2007), 33-34. CL

▶ "Diversité et harmonie de la physique mathématique dans les préfaces de Henri Poincaré," in Jean-Claude Pont et al. (eds.), *Pour comprendre le XIXe : Histoire et philosophie des sciences à la fin du siècle* (Florence : Olschi, 2007), 221-240.CL

▶ "On the necessary truth of the laws of classical mechanics," *Studies in the history and philosophy of modern physics*, 38 (2007), 757-800. CL

▶ "A Helmholtzian approach to space and time," *Studies in the history and philosophy of science*, 38 (2007), 528-542. CL

▶ "A Faradayan principle for selecting classical field theories," *International studies in the philosophy of science*, 21 (2007), 35-55. CL

▶ "The acoustic origins of harmonic analysis," *Archive for the history of exact sciences*, 61 (2007), 343-424. CL

▶ "The genesis of the theory of relativity," in T. Damour, O. Darrigol, B. Duplantier, V. Rivasseau (eds.), *Einstein 1905-2005 : Poincaré seminar 2005* (Basel: Birkhäuser, 2006), 1-31. Early version at URL = <http://www.bourbaphy.fr/darrigol2.pdf>

Ivahn Smadja

Ouvrages

Traduction de Max Jammer *Concepts d'espace Histoire des théories de l'espace en physique* Vrin 2006  
Edition introduction *Réalisme et théories physiques ? Actes du colloque de Caen* Presses Universitaires de Caen 2006

### Articles

« Equations aux dérivées partielles et philosophie naturelle . remarques sur l'héritage herbartien de Bernard Riemann » dans P. Valore (éd.) *Ars experimentiam recte intelligendi Saggi filosofici Milan Polimetra* 2005 p. 45-97  
CL

« Théorie de l'imaginaire et géométrie abstraite selon Arthur Cayley Réflexions philosophiques d'un mathématicien à l'époque victorienne » dans Jean-Claude Pont (éd.) *pour connaître le XIX<sup>e</sup> siècle. Science et philosophie des sciences à la fin du siècle* Firenze éditions Léo Olschki. CL

« Structures des théories de l'espace-temps : relationisme versus absolutisme » dans Smadja (éd.) *Qu'est-ce que la réalité physique ?* Presses Universitaires de Caen 2006

### Dominique Flament

#### Ouvrages

*Géométrie au XX<sup>e</sup> siècle* coed. D. Flament, J. Kouneiher, P. Nabonnand, J.-J. Szczeciniarz Hermann 2005

*Möbius bande et contrebande* Hermann (sous presse)

### Conférences

#### Jean-Jacques Szczeciniarz

Sur l'actualité de Jean Cavailles. « Sur la géométrie de Lobatchewki ». Clermont-Ferrand, 2004.

Commission sur l'enseignement des mathématiques en Europe, Conférence invitée, Bologne, 2004.

Conférence « Hommage à Henri Cartan », société Cavailles, 2008, à paraître.  
Congrès de Physique mathématique, Exposé sur La notion de transformation intégrale. Bialowieze, Pologne, 2007.

Ecole-colloque « algèbre et géométrie » Université de Brasilia. De Galois à Grothendieck. 2008 mars

Conférence au séminaire Histoire de l'Astronomie Observatoire de Paris Sur les concepts astronomiques comme opérateurs géométriques Gauss et Penrose mai 2008

Congrès ECAP Computation on space, on algebraic topology, 2008 (juin)  
Conférence invitée

Séminaire P7 Catégories et physique : Background independent, 2009

Séminaire interne SPHERE : Sur la question du contenant de l'Univers dans la cosmologie d'Aristote.

Workshop Nice 2011 *On the determinism, philosophy of physics* Conférence invitée

Séminaire ENS Ulm, Cartier, Longo, Petitot, Tessier, *Les lois extrémales selon J. Vuillemin*, mars 2011

### **Joël Merker**

*Mathematical Understanding*. Conférence invitée organisée par Ivahn Smadja et Jean-Jacques Szczeciniarz à l'Université de Paris 7 (site des Grands Moulins) du 9 au 13 juin 2008. Titre de l'exposé : Insights Towards the Speculative Thought of Formal Computations

Mathématique, Physique, Philosophie. Colloque organisé par Marc Lachièze-Rey au Centre International de Physique Théorique à Cargèse (Corse) du 16 au 20 février 2004. Intitulé de l'exposé : Équivalences locales entre variétés pseudo-riemanniennes et applications à la relativité générale

### **Ivahn Smadja**

A l'occasion de l'année mondiale de la physique (2005) colloque international et pluridisciplinaire à l'université de Basse Normandie : Qu'est-ce que la réalité physique ? Enjeux d'un réalisme problématique entre formes mathématiques et perception octobre 2005

Colloque international d'histoire et philosophie des sciences 2007. Des questions sur Riemann ont été traitées.

Séminaire histoire de la notion de variation en mathématiques « Quelques réflexions sur la démarcation entre algèbre et géométrie à partir du Traité sur les fonctions elliptiques de A. M. Legendre » mai 2008

### **Alexandre Afriat**

“Inerzia ed invarianza” Ottavo congresso della Società italiana di storia delle matematiche, Ferrara, 20-22 November 2008

“The relativity of inertia and reality of nothing” invited paper, Center for philosophy of science, University of Pittsburgh, 4 November 2008

“[The relativity of inertia and reality of nothing](#)” Eighteenth conference of the Italian society for general relativity and gravitation (SIGRAV), Cosenza, 22-25 September 2008

“The relativity of inertia and reality of nothing” Sixth quadrennial fellows conference of the Pittsburgh center for philosophy of science, Ohio university, 20-24 July 2008

“La matematica è un’opinione? Einstein, l’energia e le giuste proprietà di trasformazione” Ventottesimo congresso nazionale di storia della fisica e dell’astronomia, Bergamo, 25-28 June 2008

“Principe de Mach, conservation et l’espace-temps substantival” invited paper, Séminaire Riemann (École normale supérieure), Paris, 11 April 2008

“La relatività dell’inerzia e la realtà del nulla” Istituto di filosofia, Università di Urbino, 5 March 2008

“Geometria della commutatività, della logica, della probabilità e dell’interferenza quantistica” invited paper, Dipartimento di filosofia, Università di Bologna, 21 February 2008

“[Comment Weyl tomba sur l’électricité en poursuivant la justice mathématique](#)” Septième congrès de la Société italienne d’histoire des mathématiques, Paris, 25-27 October 2007

“[Duhem, Quine and the other dogma](#)” Congresso della Società italiana di logica e filosofia delle scienze, Milan, 8-10 October 2007

“[Le radici dell’imbroglio](#)” invited paper, Decima scuola di filosofia della fisica : meccanica quantistica – logica, fondamenti e computazione, Cesena, 17-22 September 2007

“[A priori prejudice in Weyl’s unintended unification of gravitation and electricity](#)” invited paper, Department of philosophy, logic and scientific method, London school of economics, 4 July 2007

“[La nascita della teoria elettrogravitazionale di Weyl](#)” Ventisettesimo congresso nazionale di storia della fisica e dell’astronomia, Bergamo, 20-23 June 2007

“A *a priori* prejudice in Weyl’s unintended unification of gravitation and electricity” invited paper, Instituut voor geschiedenis en grondslagen van de wiskunde en natuurwetenschappen, Universiteit Utrecht, 7 June 2007

“[La teoria elettrogravitazionale di Weyl, o Come l’equità matematica portò all’elettromagnetismo](#)” invited paper, Dipartimento di matematica e informatica, Università della Basilicata, 14 May 2007

“[La teoria elettrogravitazionale di Weyl](#)” invited paper, Dipartimento di matematica, Politecnico di Bari, 27 March 2007

“[La teoria elettrogravitazionale di Weyl](#)” invited paper, Dipartimento di fisica, Università di Lecce, 26 March 2007

“[La teoria elettrogravitazionale di Weyl](#)” invited paper, Dipartimento di fisica, Dipartimento di matematica, Università di Bologna, 7 March 2007

“[La teoria elettrogravitazionale di Weyl](#)” invited paper, Istituto di fisica, Università di Urbino, 22 February 2007

“[Relatività generale e sintetico a priori : La teoria elettrogravitazionale di Weyl](#)” invited paper, Nona scuola di filosofia della fisica : Strutture dello spazio, Cesena, 18-23 September 2006

“[The geometer as conjuror : The status of force in Élie Cartan’s generally covariant theory of Newtonian gravity](#)” invited paper, Center for philosophy of science, University of Pittsburgh, 4 October 2005

## **Renaud Chorlay**

History of Science and Technology, symposium “Practices, Views, and Networks in 19th and 20th Century Mathematics” (F. Brechenmacher, L. Rodriguez org.), Budapest, 28 juillet – 2 août 2009.

*En quel sens Veblen et Whitehead fondent-ils la géométrie différentielle (1932) ?*

Séminaire "Riemann", REHSEIS / ENS, 22 mai 2009.

*Preference for the Axiomatic : a Case Study*

Séminaire des *Fellows* de la chaire d’excellence senior ANR Ideals of Proof (Pr. Michael Detlefsen), Archives Henri Poincaré (Nancy), 30 avril 2009.

*Designing Mixed Structures (2 talks)*

Mini-Workshop “Category Theory and Related Topics : History and Beyond” (R. Krömer, C. McLarty, M. Wright org.), MFO Oberwolfach, 15-21 février 2009.

## **MFO fev. 2009**

*From Historical Analysis to Classroom Work : Function Variation and Long-term Development of Functional Thinking*

Colloque CERME 6 (6th Conference of European Research in Mathematics Education), Lyon, 28 janvier-1er février 2009.

*Ways Out of the Grey*

Séminaire des *Fellows* de la chaire d'excellence senior ANR Ideals of Proof (Pr. Michael Detlefsen), ENS, 22 janvier 2009.

“ *im Kleinen – im Grossen* ” : *Turn of the Century Concepts* Workshop “Mathematics at the Turn of the 20th Century : Explorations and Beyond” (D. Fenster, J. Schwermer org.), Erwin Schrödinger Institut, Vienne, 7-12 janvier 2009.

*Riemann - Weierstrass on the Foundations of Complex Analysis : A Focus on Cooperative Aspects*

Invited special session on History of Mathematics (J. Dauben, K. Parshall et al. org.), 2009 Annual Meeting AMS – MAA, Washington D.C., 5-8 janvier 2009.

*Des problèmes aux structures : le rôle des problèmes de Cousin dans l'émergence de la structure de faisceau*

Université de Nice, Laboratoire Jean Dieudonné, séminaire de l'équipe d'algèbre et topologie, 8 décembre 2008.

*Pour une histoire du structuralisme en mathématiques : position de problèmes.*

Journée *Le structuralisme en mathématiques : origines, sens, périodisation* (R. Chorlay org.), équipe REHSEIS, séminaire Histoire et Philosophie des Mathématiques, 3 novembre 2008.

*Analyse complexe à la Riemann, analyse complexe à la Weierstrass : retour sur une opposition topique.*

3ème Congrès de la Société Française d'Histoire des Sciences et Techniques, Paris, 4-6 septembre 2008.

*The multiplicity of viewpoints in elementary function theory : historical and didactical perspectives.*

HPM satellite meeting of ICMI 11, Mexico (Mexique), 14-18 juillet 2008

« *Meta* » *in the Making.*

Workshop *Philosophy of Mathematical Practice*, Université de Séville (Espagne), département de philosophie, 16-17 juin 2008.

*Making Sense of it with Structures : the Case of Charles Ehresmann.*

Worskhop *Mathematical Understanding*, Université Paris 7 (département HPS), 9 juin 2008.

*Une sonde pour explorer la transition grandeur – fonction : évolution de la notion de maximum au 19e siècle.*

Journées *Fonctions* (R. Chorlay, J. Ferreiros, M Panza org.), équipe REHSEIS, séminaire Histoire et philosophie des mathématiques, 14 avril 2008

*Autour d'un théorème "élémentaire" de Weierstrass : sur un intervalle fermé borné, une fonction numérique continue possède un maximum.*

Université Paul Sabatier (Toulouse), Institut de Mathématiques, Séminaire Epistémologie – Histoire des mathématiques, 21 mars 2008

*Passer au global : les tenseurs comme sections d'espaces fibrés.*

Journée *Tenseurs* (R. Chorlay, R. Tazzioli org.), Equipe REHSEIS, Séminaire Histoire et philosophie des mathématiques, 11 février 2008

Le séminaire Riemann organisés par Joël Merker, Ivahn Smadja, Jean-Jacques Szczeciniarz, séminaire qui a accompagné le projet ANR s'est tenu régulièrement à la rue d'Ulm de 2006 à 2008 à raison d'une séance par mois, puis organisé par Joël Merker et Jean-Jacques Szczeciniarz a pu organiser quelques séances par an jusqu'en 2011 à l'université Paris Diderot.

Les faits marquant en ont été d'abord une analyse de la Dissertation de Gauss sur les surfaces et des analyses portant sur l'œuvre de Riemann.

L'organisation de journées internationales.

L'une « Mathematical Understanding » organisée essentiellement par IvahnSmadja. J'ai sélectionné les conférences plus directement en rapport avec le projet.

Une Ecole d'été aux rencontres de Cargèse : temps et irréversibilité

**Avril 2007 La question est celle du concept de temps en relation avec la constitution de la physique mathématique. Programme synthétisé.**

**Jean-Jacques Szczeciniarz L'histoire philosophique de l'irréversibilité:**

Quelques examens conceptuels et un exposé bref aussi sur Equations de Maxwell

**• Claude Grignon Temps et causalité dans les sciences historiques**

Par sciences historiques, on entend toutes celles qui expliquent, au moins pour une part, par rétrodiction, en reconstituant «ce qui s'est passé» dans l'ordre de réalité qui les intéresse. La notion d'irréversibilité associe étroitement l'idée de causalité et l'idée de temps; elle invite à comparer les conceptions respectives, plus ou moins explicites, que s'en donnent les sciences de la matière, les sciences de la vie et les sciences de l'homme.

**• Christiane Vilain Quelques figures du temps à l'aube de la physique moderne (14eme-17eme siècle)**

Les premières représentations spatiales du temps, par une simple ligne continue sur une feuille de papier, supposent (ou impliquent) une existence du temps indépendante des phénomènes qui s'y déroulent, et sa réversibilité.

On en rencontre en fait très peu : une chez Galilée et une chez Newton ; mais il est bien connu que l'on trouve de telles représentations du temps dès le 14<sup>ème</sup> siècle, en particulier chez Nicole Oresme, avec ceci d'intéressant que le commentaire qui l'accompagne explicite assez bien le problème que pose cette représentation.

C'est donc ce qui va nous intéresser ici, à travers l'analyse de ce texte d'Oresme.

Le discours ancien à propos du temps (Aristote, Saint Augustin, Plotin) disparaît totalement à cette époque pour ne revenir que dans des débats de la fin du 17<sup>ème</sup> siècle entre Newton, Clarke et Leibniz, débats qui concernent plutôt l'espace que le temps, ou les deux à la fois, et donc un temps déjà implicitement spatialisé. La réversibilité s'impose donc d'abord par les représentations du temps lui-même, avant de s'imposer dans la mécanique : pendules, chocs et balances ; puis dans l'étude des phénomènes en général.

•

MARDI

• **Michel Paty (Directeur de recherche émérite au CNRS) « L'irréversibilité des phénomènes et le cours unidirectionnel du temps ».**

• **Jacques le Bourlot (professeur de Physique à Paris7) Réversibilité dans les systèmes dynamiques (récurrence de Poincaré.; ergodicité.;**)

• **Philippe Journeau Approche causale du temps**

• **Etienne KLEIN (DSM/LARSIM; Etienne.klein@cea.fr) Que convient-il d'appeler la « flèche du temps » ?**

Lorsque nous parlons du temps, nous utilisons indifféremment les expressions cours du temps et flèche du temps. Est-ce à dire que ces deux concepts se confondent ? Il nous semble que non : le cours du temps demeure quelque chose de « primitif », qui a à voir avec la causalité, c'est-à-dire avec l'impossibilité de voyages dans le temps ; la flèche du temps renvoie, quant à elle, à la possibilité qu'ont (ou n'ont pas) les systèmes

physiques de devenir, c'est-à-dire de connaître au cours du temps des transformations qui les empêcheront à tout jamais de revenir à leur état initial. Elle est une propriété, non du temps lui-même, mais de certains phénomènes physiques.

L'examen des théories physiques usuelles montrent en tout cas que l'irréversibilité du temps y est distinguée de l'irréversibilité des phénomènes : le cours du temps et la flèche du temps sont traités de façon distincte. En leur sein, le temps n'est pas la même chose que le devenir. Le temps peut même être considéré, dans une certaine mesure, comme ce qui échappe au devenir, et l'irréversibilité du temps n'est jamais palliée par la réversibilité des phénomènes.

Parce qu'elles apparaissent hétérogènes, nous proposerons donc de distinguer deux idées du changement : le changement irréversible de l'instant présent, que traduit le cours du temps ; et le changement parfois irréversible de ce qui est présent dans le présent, que traduit la flèche du temps.

• **Vincent Bontems (Postdoctorant au LARSIM du CEA) Temps et irréversibilité dans l'histoire des sciences : la question du progrès.**

Si la confusion entre l'irréversibilité du temps et l'irréversibilité des processus temporels obscurcit souvent les réflexions sur la nature du temps physique, la confusion du temps chronologique, homogène et orienté, qui sépare les événements, avec le temps phénoménologique, vécu par les agents et structuré d'après l'auto-position d'un référentiel du « présent » avec une perspective sur le passé et le futur, est tout aussi préjudiciable dans les sciences historiques. En confondant l'ordre de succession des événements avec le passage du temps, certains historiens et philosophes rendent impensable l'articulation entre référentiels historiques et temps chronologique : le fait, par exemple, que les hommes du passé aient eux aussi vécu au présent, ou bien que le passé et le futur n'aient pas toujours eu la même signification par rapport au présent au cours de l'histoire. Dans ce cadre d'analyse, on interrogera la notion de « progrès » en histoire des sciences : en quel(s) sens la découverte scientifique ou l'invention technique constituent-ils des progrès « irréversibles »

•

MERCREDI

• **Marc Lachièze-Rey Causalité(s) et temporalité(s) relativistes**

- **Eric Huguet (APC - Astroparticule et Cosmologie (UMR 7164) Espace-temps et théorie quantique du champ**

• JEUDI

- **Andrei Rodin** **Pour les mathématiques irréversibles**  
Pourquoi la majorité des modèles physiques fondamentaux sont réversibles (en rapport du temps physique) même si l'expérience naïve (de verres brisées, par exemple) apparemment montre l'existence des processus physiques irréversibles et l'intuition commune du temps suggèrent qu'il "coule" toujours dans le même sens? Je pense qu'au moins une partie de la réponse est la suivante: la réversibilité des modèles physiques a son origine dans l'épistémologie traditionnelle plutôt que dans l'expérience, dans l'intuition ou dans les idées métaphysiques particulières. Je vais montrer que cette épistémologie est également au fond des mathématiques habituelles, c'est que peut expliquer pourquoi ces mathématiques ne permettent pas de construire facilement des modèles irréversibles dans la physique.

Je vais proposer une manière de surmonter ces limitations épistémologiques en utilisant les "mathématiques irréversibles" fondées sur la théorie des catégories. J'espère que ça peut aider pour mieux modéliser les processus irréversibles physiques (s'il y a un).

- **Lydie Koch** **Temps et musique**

"en musique, temps sensoriel, temps affectif, et temps mental ont ensemble, et chacun sa part, un rôle à jouer, ils s'affrontent, s'opposent, se coordonnent, se superposent, s'identifient tour à tour."

(in Temps et musique, Eric Emery, L'Age d'Homme, Lausanne, 1998)

- **Gilles Cohen-Tannoudji** **Le principe de symétrie de Pierre Curie et la flèche causale du temps.**

- **Alexei Grinbaum** **Temps, ignorance et irréversibilité logique**

- **Joseph Kouneiher** **Conjecture de Poincaré (maintenant théorème) et Irréversibilité**
- 

Une journée Hermann Weyl.

Voici les programmes synthétisés des séminaires Riemann organisés pour les années 2005-6 et 2006-7

Le premier a pris comme objet d'étude forcément partiel la question des tenseurs.

Une introduction philosophique a été faite par Jean-Jacques Szczeciniarz, fondée sur les réflexions de Hermann Weyl sur la question des tenseurs. Deux séances ont été consacrées au rapport Einstein-Cartan par Joël Merker

Ensuite une séance d'Olivier Darrigol portait sur Helmholtz. Les deux séances suivantes ont été consacrées à l'émergence des tenseurs par Renaud Chorlay. Une séance de Ehrard Scholz portait sur Riemann et Hermann Weyl. Puis une séance Weyl, Eddington et Russell par Ivahn Smadja et une conclusion philosophique.

Le second a prolongé ce thème d'analyse.

Une première séance : introduction philosophique, la variété espace temps par Jean-Jacques Szczeciniarz

Puis : tenseurs, spineurs, twisteurs par Marc Lachièze-Rey et Jean-Jacques Szczeciniarz

Une séance : Lobachewski André Rodin

Helmholtz Lie groupes et géométrie Joël Merker

Un texte inédit d'Einstein sur la géométrie par Michel Paty

Sur les équations de Maxwell par Olivier Darrigol

Sur les équations de Maxwell dans le langage de Penrose par Jean-Jacques Szczeciniarz

Sur Levi-Civita, Cartan et Einstein et la parallélisme par Christian Houzel, puis Jim Ritter.

Weyl and the Geometrization of Physics par Thomas Rickmann.

Hermann Weyl et la philosophie du symbolisme par Ehrard Scholz

Philosophy and Space Time Theories Michael Friedmann

Sur l'évolution de l' *apriori* Jean-Jacques Szczeciniarz

Voici le programme l'année 2008 (déjà fourni dans le rapport intermédiaire).

Le séminaire situé rue d'Ulm a été organisé cette année-là sous forme de journées thématiques

18 janvier Journée « géométrie non euclidienne »

Jean-Jacques Szczeciniarz. (Université Paris Diderot)

Introduction à la géométrie de Lobatchewski

André Rodin (ENS)

Lobatchewski avait-il un modèle de sa géométrie ?

Philippe Nabonnand (Université Nancy2)

Le radicalisme géométrique de von Staudt

15 février « Journée Poincaré géométrie et topologie »

Christian Houzel (CNRS)

L'œuvre topologique de Poincaré

Patrick Popescu (Université Paris Diderot)  
 Les notions de variété chez Poincaré  
 11 avril Journée « Réception de la relativité »  
 Scott Walter (Université Nancy 2 Archives Poincaré)  
 Minkowski et le scandale de l'espace-temps  
 Alexander Afriat (Université d'Urbino)  
 Principe de Mach. Conservation et Espace-Temps substantivé  
 9 mai. Journée « Sophus Lie groupe et algèbre »  
 Joël Merker (CNRS LATP)  
 Axiomes de groupe, mobilité de paires de points et fondement de la géométrie (d'après Lie Poincaré)  
 Benoît Timmermans (Université Libre de Bruxelles)  
 Quelques étapes de l'histoire de la représentation des groupes  
 Frédéric Brechenmacher (Université d'Artois –LML EA 2462)  
 Les « algèbres » de Lie et l'algèbre. Des relations complexes (1876-1907)  
 23 mai Journée « Félix Klein et le programme d'Erlangen »  
 David Rowe  
 From Line Geometry to Relativity: the broader context of Klein's Erlangen Programm »

Organisation par Ivahn Smadja du workshop *Mathematical Understanding* avec l'ANR physi&géométrie. 5 jours .

Les exposés touchant le plus directement notre programme sont les suivants : Jeremy Gray (Open University London) « Understanding [and] Riemann surfaces » Alain Michel (Université d'Aix Marseille) « La théorie de la mesure origine et prolongement » Renaud Chorlay (Université Paris 8-REHSEIS) « Making sense with structures: the mathematical (and philosophical) background to Charles Ehresmann's work » Ken manders (University of Pittsburgh) « On mathematical Understanding », Catherine Goldstein (CNRS Institut de mathématiques , Paris 6) « Charles Hermite Mathematical Understanding and Mathematical Nature » Ivahn Smadja « Diverging Thrusts. Contrasting insight Plasticity with articulate embeddings », Philippe Nabonnand (Université Nancy 2) « La polémique entre Poncelet et Von Staudt ; comprendre la dualité », Mark Steiner (University of Jerusalem) « Getting more out of mathematics than we put in : the case of complex numbers and their generalizations », Michel Paty (CNRS REHSEIS) « La structure du rationnel dans l'invention de la théorie de la mécanique quantique », Andrew Arana (Kansas State University) & Mic Detlefsen (University of Notre Dame) « Purity and Understanding », Jean-Jacques Szczeciniarz (Université Denis Diderot Paris 7) le galoisisme de Grothendieck,

Les autres exposés ont apporté une contribution de nature plus générale à la question de la compréhension mathématique qui touche bien

évidemment également à la question des relations entre géométrie et physique

L'année 2009 a vu quelques séances du Séminaire Riemann complémentaires du projet.

Mars Une journée commune Nancy 2, Université Paris Diderot  
Sur la dissertation de Riemann (questions de traduction et d'interprétation)

Lien avec le Séminaire Histoire de la physique Equipe REHSEIS (Olivier Darrigol, Nadine de Courtenay). 2008-9

*Modes, niveaux et ordres de description dans les sciences physiques.*

L'étonnante diversité des descriptions théoriques utilisées dans la physique d'hier et d'aujourd'hui a souvent été perçue comme une faiblesse temporaire qu'il faudrait corriger dans un état plus avancé de cette science. Les penseurs réductionnistes cherchent à éliminer cette diversité en dérivant tout phénomène de l'ontologie homogène d'une théorie plus fondamentale que les autres. Les structuralistes et les positivistes, quant à eux s'efforcent d'identifier les structures universelles qui dominent nos modes périssables de description. Contrairement à ces deux attitudes, les héritiers de James Clerk Maxwell, Ludwig Boltzmann et Henri Poincaré soulignent les vertus épistémiques d'une diversité de description et considèrent que décréter est un acte dont la dynamique transcende les objets originels de la description.

Mai 2010 Séminaire Riemann. Journée « Eléments imaginaires »

Matinée : Géométrie complexe en une variable, géométrie et physique

Dominique Flament a fait une intervention sur « De l'imaginaire au complexe, une étape déterminante entre algèbre et géométrie »

Philippe Nabonnand : géométrie projective et nombre complexe, von Staudt.

Après-midi : géométrie et physique et plusieurs variables complexes.

Olivier Darrigol : Les nombres imaginaires en mécanique des fluides, de d'Alembert à Joukowski

En 1752, d'Alembert inaugura une méthode de résolution des équations du mouvement d'un fluide incompressible bidimensionnel via l'introduction d'une fonction (holomorphe) de variable complexe. Cette méthode connut quelques beaux succès au 19<sup>e</sup> siècle et au début du 20<sup>e</sup> siècle, particulièrement dans le travail de Helmholtz sur les mouvements discontinus de fluides et dans le travail de Kutta sur les ailes d'avion. Dans certains cas, la situation physique suggéra de

nouvelles mathématiques, dans d'autres la méthode mathématique permet d'introduire un concept physique nouveau

Jean-Jacques Szczeciniarz : « La réflexivité intramathématique : le théorème de Chow » Ce théorème est un théorème qui prend pour objet les conditions auxquelles un objet de nature algébrique peut être dit équivalent à un objet de nature analytique complexe.

Par ailleurs, L'équipe de Nancy partenaire a contribué au projet par des travaux importants.

L'étude de l'histoire de la géométrie projective au 19<sup>e</sup> siècle s'est poursuivie pendant ce premier semestre. Les travaux ont concerné plus particulièrement les discussions autour des fondements de la géométrie projective. « Fonder la géométrie projective » signifie à la fin du 19<sup>e</sup> siècle essentiellement axiomatiser cette géométrie d'une part et justifier l'utilisation des nombres en géométrie d'autre part. La première direction s'inscrit dans une histoire plus générale de l'axiomatisation des théories mathématiques et est fortement liée à l'utilisation des hypothèses de continuité dans la démonstration du théorème fondamental de la géométrie projective. La seconde direction concerne la théorie des jets développée par von Staudt et reprise par Lüroth, Hesse et Veblen. Ces travaux ont donné lieu à plusieurs conférences et à un article (en cours de publication) aux *Archives for exact Sciences*. L'avancée des travaux est conforme aux prévisions.

Par ailleurs, les travaux concernant la théorie de l'espace de Poincaré s'orientent actuellement vers une étude systématique de la réception des géométries non-euclidiennes en France (Hoüel, Tannery, Delboeuf, Renouvier, Calinon, Lechallas, etc.) ainsi que des travaux de physiologie dans la *Revue Philosophique*. Cette étude s'avère nécessaire pour appréhender le contexte dans lequel évolue Poincaré et en particulier comprendre pourquoi ce dernier défend à partir de 1903 l'idée qu'il existe une géométrie qualitative : l'*Analysis Situs*.

Géométrie projective :

Le point de vue synthétique au 19<sup>e</sup> siècle, Colloque « Traditions euclidiennes », **Clermont-Ferrand**, 25-27 avril 2007.

L'idée de géométrie projective durant le 19<sup>e</sup> siècle, Rencontre mathématique « Qu'est-ce que la géométrie aux époques modernes et contemporaines », **Luminy**, Cirm, 16-20 avril 2007.

L'école française de géométrie synthétique, 2<sup>e</sup> Workshop Filosofia e Geometria, *Filosofia, Geometria e Complexidade*, **Brasilia**, 28 septembre 2006.

Poincaré :

L'intuition chez Poincaré et Brouwer, (avec G. Heinzmann), Colloque « 1907-2007 : 100 ans d'intuitionisme », **Cerisy**, 5-12 juin 2007.

La genèse de l'espace chez Poincaré, Colloque « Inventer l'espace », **Paris**, 19-21 octobre 2006

Le groupe Riemann et la physique sous l'organisation de Gérard Vinsard a entamé des travaux importants.

Il a fonctionné de octobre 2007 à juillet 2009

Deux réunions communes avec l'équipe de Paris Université Diderot ont eu lieu en mars 2009, et en juillet 2009 exposé de Gérard Vinsard « Riemann et la physique » et. Un wiki est constitué par l'équipe de Nancy. Le résultat est d'abord un recensement des travaux par lesquels Riemann a produit des effets sur la physique du XIX<sup>e</sup> siècle. Ils vont de la géométrie à la physique proprement dit. En particulier dans les Hypothèses au fondement de la Géométrie Riemann soulève la question peu remarquée dans ce contexte des calculs des géodésiques. Et également la mise en évidence de la diversité de l'intrication géométrie-physique.

Juillet 2010 Participation au colloque international : « Frontières de la physique ».

Octobre 2010

#### **INTERNATIONAL FALL WORKSHOP, 29 OCTOBER 2010**

The relation between mathematics and physics is one with a long tradition. For Galileo the book of nature is written in the language of mathematics, and its characters are triangles, circles, and other geometric figures.

A giant step forwards in using the language of nature to describe physical phenomena was made by Isaac Newton, who developed and applied the calculus to the study of dynamics and whose universal law of gravitation explained everything from the fall of an apple to the orbits of the planets.

The nineteenth century witnessed the greater sophistication of Maxwell's equations to include the behaviour of electromagnetism, and the twentieth century saw this process take a major step forwards with Einstein's theory of special relativity and then of general relativity. At this stage both gravitation and electromagnetism were formulated as field theories in four-dimensional space-time, and this fusion of geometry and classical physics provided a strong stimulus to mathematicians in the field of differential geometry.

However, by this time, it had already been realized that atomic physics required an entirely new mathematical framework in the form of quantum mechanics, using radically new concepts, such as the linear superposition of states and the uncertainty principle, that no longer allowed the determination of both the position and momentum of a particle. Here the mathematical links were not with geometry, but with the analysis of linear operators and spectral theory. As experimental physics probed deep into the subatomic region, the quantum theories became increasingly complex and physics appeared to be diverging from classical mathematics.

The picture began to change around 1955, with the advent of the Yang-Mills equations, which showed that particle physics could be treated by the same kind of geometry as Maxwell's theory, but with quantum mechanics playing a dominant role. However, it took to the beginning of the 1970s before it became clear that these non-Abelian gauge theories are indeed at the heart of the standard model of particle physics, which describes the known particles and their interactions within the context of quantum field theory. It is a remarkable achievement that all the building blocks of this theory can be formulated in terms of geometrical concepts such as vector bundles, connections, curvatures, covariant derivatives and spinors.

This combination of geometrical field theory with quantum mechanics worked well for the structure of matter but seemed to face a brick wall when confronted with general relativity and gravitation. But over the past 30 years a new type of interaction has taken place, probably unique, in which physicists, exploring their new and still speculative theories, have stumbled across a whole range of mathematical 'discoveries'. These are derived by physical intuition and heuristic arguments, which are beyond the reach, as yet, of mathematical rigour, but which have withstood the tests of time and alternative methods. There is great intellectual excitement in these mutual exchanges.

The impact of these discoveries on mathematics has been profound and widespread. Areas of mathematics such as topology and algebraic

geometry, which lie at the heart of pure mathematics and appear very distant from the physics frontier, have been dramatically affected. This development has led to many hybrid subjects, such as topological quantum field theory, quantum cohomology or quantum groups, which are now central to current research in both mathematics and physics. The meaning of all this is still unclear.

Finally, the interactions between mathematics and quantum physics played an important role in recent developments in mathematics. Areas of mathematics which have been inspired very much from physics are Conformal Field Theory, Mirror Symmetry, and Noncommutative Geometry.

**In this one day conference we want to bring together leading experts from these areas of Geometry and Physics.**

Invited Lecturers : Alain Connes - Robbert Dijkgraaf - Maxime Kontsevich - Roger Penrose - Carlo Rovelli

	<b>Timeframe</b>	<b>Friday October, 29</b>
Welcome and Opening	<b>09h15</b>	<b>Joseph Kounieher</b>
	<b>09h45 - 10h45</b>	<b>Roger Penrose</b> Conformal Space-time Geometry and a New Cosmology
Break	<b>10h45 - 11h</b>	Break
	<b>11h - 12h</b>	<b>Carlo Rovelli</b> Feynman rules for quanta of space
Lunch	<b>12h - 14h</b>	<i>Lunch</i>
	<b>14h - 15h</b>	<b>Robbert Dijkgraaf</b> The quantum geometry of fields and strings

	15h - 16h	Alain Connes Space-time from the spectral point of view
Break	16h - 16h15	Break
	16h15 - 17h15	Maxime Kontsevich Infinite-dimensional Hodge theory of path integrals
Coktail	18h	

Octobre 2010 Séminaire Riemann et séminaire Histoire des mathématiques du laboratoire SPHERE.

**25 octobre 2010** Séance construite par Jean-Jacques Szczeciniarz  
**Quelques éléments sur les rapports entre géométrie et physique, XIXe et XXe siècles**

09h30 – 10h00 :

*Le problème de l'espace : Riemann, Helmholtz, Lie.*

Joël Merker  
(ENS)

11h00 – 12h30 :

*Sur quelques-unes des relations entre géométrie et physique, à la charnière du XIXe et XXe siècles.* Jean-Jacques Szczeciniarz

(Univ. Paris-Diderot) 14h00 – 15h30 :

*Quelques considérations sur l'influence de l'œuvre de Riemann en Italie.*

Rossana TAZZIOLI  
(Univ. Lille 1)

15h30 – 17h00 :

*Sur le commentaire par Hermann Weyl de la dissertation de Riemann 1854.*

Christophe Eckes  
(Univ. Paris-Diderot)

**Groupes et algèbres de Lie**

Séance commune avec le séminaire « Riemann » par Christophe Eckes et Jean-Jacques Szczeciniarz

Présentation : Il s'agit tout d'abord de mesurer sur un plan conceptuel, théorique et méthodologique, l'écart qui sépare les travaux inauguraux de Lie sur les groupes continus de transformations et les articles de Weyl et de von Neumann qui ont joué un rôle déterminant dans la constitution d'une théorie « moderne » des groupes et des algèbres de Lie. Nous aborderons ensuite certains prolongements de cette théorie, en particulier la généralisation des transformations infinitésimales de Lie.

Joël Merker (Université Paris XI-Orsay)

*La mathématique universelle de Lie*

Yvette Kosmann-Schwarzbach (Ecole Polytechnique)

*Sur la généralisation des transformations infinitésimales de Lie*

Christophe Eckes (SPHERE)

*Unité, généralité et méthode axiomatique dans l'article de Weyl sur les représentations des groupes de Lie (1925-1926)*

Jean-Jacques Szczeciniarz (SPHERE)

*Modernité de J. Von Neumann. Quelques analyses de l'article : « Über die analytischen Eigenschaften von Gruppen linearer Transformationen und ihrer Darstellungen » (Mathematische Zeitschrift, 30, (1929), p. 3-42, commentaire de Roger Godement.*

---

Répertorier les publications résultant des travaux effectués dans le cadre du projet. On suivra les catégories du premier tableau de la section **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** en suivant les normes éditoriales habituelles. En ce qui concerne les conférences, on spécifiera les conférences invitées.

### **E.3 LISTE DES ÉLÉMENTS DE VALORISATION**

Les éléments de valorisation sont les connexions naturellement établies avec d'autres projets de recherches théoriques

- a) projets catégories et physiques (le rôle de la théorie des catégories comme théorie mathématique dans les problèmes de formulation mathématique de la physique et des questions de son unité)
- b) projets philosophie des mathématiques en particulier la chair d'excellence que le Département HPS a codirigée dans la même période que celle du projet Physi&géométrie
- c) les autres séminaires de mathématiques et de physique mathématique auxquels le projet a participé.
- d) La mise en place d'un programme suivi de publication avec les éditions Hermann

2 ouvrages sont parus 2 à paraître, mais la suite du programme qui comporte commentaires et traduction d'ouvrages de Hermann Weyl, Lobatchevski sont à suivre. D'autre source book en géométrie complexe et géométrie algébrique sont programmés.

*La liste des éléments de valorisation inventorie les retombées (autres que les publications) décomptées dans le deuxième tableau de la section **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** On détaillera notamment :*

- brevets nationaux et internationaux, licences, et autres éléments de propriété intellectuelle consécutifs au projet.
- logiciels et tout autre prototype
- actions de normalisation
- lancement de produit ou service, nouveau projet, contrat,...
- le développement d'un nouveau partenariat,
- la création d'une plate-forme à la disposition d'une communauté
- création d'entreprise, essaimage, levées de fonds
- autres (ouverture internationale,..)

*Elle en précise les partenariats éventuels. Dans le cas où des livrables ont été spécifiés dans l'annexe technique, on présentera ici un bilan de leur fourniture.*

## E.4 BILAN ET SUIVI DES PERSONNELS RECRUTÉS EN CDD (HORS STAGIAIRES)

Ce tableau dresse le bilan du projet en termes de recrutement de personnels non permanents sur CDD ou assimilé. Renseigner une ligne par personne embauchée sur le projet quand l'embauche a été financée partiellement ou en totalité par l'aide de l'ANR et quand la contribution au projet a été d'une durée au moins égale à 3 mois, tous contrats confondus, l'aide de l'ANR pouvant ne représenter qu'une partie de la rémunération de la personne sur la durée de sa participation au projet.

Les stagiaires bénéficiant d'une convention de stage avec un établissement d'enseignement ne doivent pas être mentionnés.

Les données recueillies pourront faire l'objet d'une demande de mise à jour par l'ANR jusqu'à 5 ans après la fin du projet. **Ne nous concerne pas**

Identification				Avant le recrutement sur le projet			Recrutement sur le projet				Après le projet				
Nom et prénom	Sexe H/F	Adresse email (1)	Date des dernières nouvelles	Dernier diplôme obtenu au moment du recrutement	Lieu d'études (France, UE, hors UE)	Expérience prof. Antérieure, y compris post-docs (ans)	Partenaire ayant embauché la personne	Poste dans le projet (2)	Durée missions (mois) (3)	Date de fin de mission sur le projet	Devenir professionnel (4)	Type d'employeur (5)	Type d'emploi (6)	Lien au projet ANR (7)	Valorisation expérience (8)

### Aide pour le remplissage

- (1) **Adresse email** : indiquer une adresse email la plus pérenne possible
- (2) **Poste dans le projet** : post-doc, doctorant, ingénieur ou niveau ingénieur, technicien, vacataire, autre (préciser)
- (3) **Durée missions** : indiquer en mois la durée totale des missions (y compris celles non financées par l'ANR) effectuées sur le projet
- (4) **Devenir professionnel** : CDI, CDD, chef d'entreprise, encore sur le projet, post-doc France, post-doc étranger, étudiant, recherche d'emploi, sans nouvelles
- (5) **Type d'employeur** : enseignement et recherche publique, EPIC de recherche, grande entreprise, PME/TPE, création d'entreprise, autre public, autre privé, libéral, autre (préciser)
- (6) **Type d'emploi** : ingénieur, chercheur, enseignant-chercheur, cadre, technicien, autre (préciser)
- (7) **Lien au projet ANR** : préciser si l'employeur est ou non un partenaire du projet
- (8) **Valorisation expérience** : préciser si le poste occupé valorise l'expérience acquise pendant le projet.

Les informations personnelles recueillies feront l'objet d'un traitement de données informatisées pour les seuls besoins de l'étude anonymisée sur le devenir professionnel des personnes recrutées sur les projets ANR. Elles ne feront l'objet d'aucune cession et seront conservées par l'ANR pendant une durée maximale de 5 ans après la fin du projet concerné. Conformément à la loi n° 78-17 du 6 janvier 1978 modifiée, relative à l'Informatique, aux Fichiers et aux Libertés, les personnes concernées disposent d'un droit d'accès, de rectification et de suppression des données personnelles les concernant. Les personnes concernées seront informées directement de ce droit lorsque leurs coordonnées sont renseignées. Elles peuvent exercer ce droit en s'adressant l'ANR (<http://www.agence-nationale-recherche.fr/Contact>).