SIXIÈME PARTIE

UNE RECONSTITUTION DE LA MATHESIS UNIVERSALIS LEIBNIZIENNE

Introduction

Le programme d'une «logique de l'imagination», où se décide un certain type d'accès à la vérité et dont l'algèbre fournit le premier modèle, livre un utile fil d'Ariane pour progresser dans le labyrinthe de la mathesis universalis leibnizienne. Mais gardons-nous, pour autant, d'avancer trop vite sans prêter attention aux différentes pièces que nous allons croiser. Certaines, en effet, n'ont pas le plancher solide ; d'autres font pénétrer dans des bâtiments voisins, où notre guide n'est plus sûr. Non qu'il faille rester indéfiniment au seuil, à vouloir dessiner un plan que seul le parcours effectif pourra évidemment permettre de dresser; mais si nous ne voulons ni nous égarer, ni manquer une pièce intéressante, il n'en faut pas moins décider du côté par lequel nous allons l'engager. Or il se trouve que la plupart des pièces ont été répertoriées sous un nom qui en indique le type. Ainsi avons-nous à disposition un fragment d'un traité qui devait s'intituler Mathesis universalis et un autre «Idée d'un livre dont le titre sera Éléments Nouveaux de Mathesis universalis» 1. On voit qu'il n'y aura guère de surprise à constater que les définitions qu'ils investissent sont différentes. Ainsi peut-on déjà distinguer la mathesis universalis comme discipline reçue, notamment sous sa forme d'algèbre, et comme discipline dont on entend donner de «nouveaux éléments». Trois grands genres de descriptions, éventuellement associés, se distinguent alors assez clairement : tout d'abord, une approche classificatoire qui, sous le projet encyclopédique, cherche à indiquer la fonction et les fondements de la mathesis universalis, notamment en ce qu'elle relève des specimina ou des initia de la «science générale»²; ensuite, une approche gnoséologique, qui, sous l'orientation méthodologique, cherche à extraire de cette discipline des indications pour la recherche de la vérité (notamment en ce qui concerne le rôle spécifique qu'y joue l'usage de l'imagination et des caractères)³; enfin, une approche prospective qui, sous les programmes de spécieuse universelle et d'art combinatoire, cherche

¹ Respectivement GM VII, 53 sq. et A VI, 4, A, 513 sq.

² Par exemple: Initia scientiae generalis. Conspectus speciminum (été à automne 1679?) [A VI, 4, A, 362 sq.]; Initia et specimina scientiae novae generalis (printemps 1682?) [A VI, 4, A, 442-443]; Guilielmi Pacidii Plus Ultra [A VI, 4, A, 673 (avril à octobre 1686?)].

³ C'est le cas notamment de deux fragments qui nous arrêteront particulièrement : *De arte characteristica inventoriaque analytica combinatoriave in mathesi universali* (A VI, 4, A, 315 sq.) et le commencement de traité intitulé *Mathesis universalis* publié par Gerhardt [GM VII, 53-76].

à élargir le premier modèle analytique, que ce soit dans le champ de la *mathesis* ou en dehors⁴.

Curieusement, les études, qui entendaient dépasser l'approche incantatoire où mathesis universalis et combinatoire universelle se trouvent simplement identifiées, se sont principalement portées du premier côté, alors que c'est celui qui présente la structure la plus fragile. En effet, Leibniz n'est jamais parvenu à une répartition encyclopédique parfaitement claire des différentes disciplines qu'il envisageait⁵. Cela est particulièrement net dans le cas de la mathesis universalis : tantôt elle se trouve limitée à l'algèbre, tantôt elle s'ouvre à la science de l'infini ; tantôt, elle se limite à la science de la quantité, tantôt elle la comprend comme partie ; tantôt, enfin, elle est présentée comme subordonnée à l'art combinatoire, tantôt c'est lui qui s'y subordonne. A première vue, ces classifications des sciences varient, d'ailleurs, selon qu'on s'y se réfère à la mathesis universalis comme science constituée (science universelle de la quantité) ou comme discipline à constituer («ma mathesis generalis», précise alors son créateur⁶) – et il n'y a guère de raison de juger *a priori* que l'une est plus intéressante que l'autre sous prétexte qu'elle faciliterait notre conception de l'encyclopédie. Enfin, force est de constater que les programmes considérés dans la troisième approche et qui auraient pu aider à préciser cette organisation générale des sciences, sont souvent restés à l'état d'ébauche ou, comme le disait joliment leur auteur, d'ouvertures. Dans les Nouveaux Essais (IV, 17, 9), Philalèthe en est encore à soupçonner «qu'il y a comme une mathématique universelle», de la manière que Leibniz-Théophile la comprend et rêve qu'il «plût à Dieu qu'on la poussât à quelque chose de plus qu'elle n'est encore». Pour prendre un exemple significatif : il n'existe aucune description précise de la manière dont la mathesis universalis

⁴ Ainsi de la *Praefatio* à un traité de *Mathesis universalis* publié par Gerhardt [GM 49-52] ou du texte longuement commenté dans la partie précédente des *Nouveaux Essais sur l'entendement humain* [NEEH IV, 17, 4]. On peut également citer les *Elementa Nova Matheseos Universalis*, publiés par Couturat [C 348; A VI, 4. A, 513-524], mais nous verrons qu'ils relèvent aussi légitimement de la seconde perspective ; enfin, relèvent le plus clairement de cette approche programmatique les textes publiés en 1691-1692 dans le cadre de la critique de la physique cartésienne et, en particulier du plus connu d'entre eux : *De legibus naturae et vera aestimatione virium motricium* [GM VI, 204-215].

⁵ Encore faudrait-il se demander s'il a jamais réellement espéré y parvenir. Ainsi le «Discours touchant LA METHODE DE LA CERTITUDE ET L'ART D'INVENTER pour finir les disputes et pour faire en peu de temps des grands progrés» [GP VII, 714 sq.], après avoir constaté que nos connaissances sont comme «une grande boutique ou magazin ou comptoir sans ordre et sans inventaire», avait avoué son embarras à établir l'ordre des systèmes. Leibniz avait alors conclu : «On sera le plus embarassé sur l'ordre des systèmes, où il y a ordinairement autant de sentimens que de testes, mais il y en aura un provisionnel, qui suffira quand il ne seroit pas dans la derniere perfection, et le systeme luy même aura beaucoup de renvois d'un endroit à l'autre, la pluspart de choses pouvant estre regardées de plusieurs faces et de plus l'index servira de supplement.» [GP VII, 180].

⁶ A VI, 4, A, 443: Specimina subjicienda novae artis, nempe mea Mathesis generalis (Initia et specimina scientiae novae generalis). Cette mention avait été précédée de celle d'un calcul novus et mirificus, qui s'appliquerait à tout raisonnement (qui in omnibus nostris ratiocinationibus locum habet).

serait effective en logique et c'est à tort qu'on convoque à cette fin des textes portant, en fait, sur le calculus universalis. Aussi semble-t-il plus judicieux de procéder à l'inverse et d'estimer les variations des classifications non seulement à partir des succès et des difficultés rencontrés dans le programme général, mais aussi de ce qui y était considéré comme acquis : la valeur paradigmatique d'une mathématique comme logique de l'imagination dont l'algèbre, initialement considérée comme théorie universelle, fournit le premier modèle. Ce côté semble d'autant plus accessible qu'un tel programme tient, quant à lui, un rôle central depuis le temps de la Demonstratio propositionum primarum jusqu'à celui de la lettre à Sophie-Charlotte. Le travail de situation est donc ici essentiel : il nous indique que la mathesis universalis comme algèbre, bien que critiquée, reste comme le soutien nécessaire de toute caractéristique. Nous sommes alors conduits à privilégier une approche («gnoséologique» et «méthodologique») et, en conséquence, des textes, qui ont généralement été les plus délaissés.

Une autre raison commande le choix de cette perspective : comme l'on sait, la connaissance de la pensée de Leibniz est étroitement dépendante de l'accès ménagé à ses textes. Ainsi l'intérêt porté à la mathesis universalis depuis la fin du XIX^e siècle s'est-il principalement ordonné aux fragments édités par Couturat et par Gerhardt. Or ces textes donnaient de la mathesis universalis une image centrée sur l'aspect programmatique. Ainsi Couturat avait-il entrepris de donner une édition complète du Guilelmi Pacidii Plus Ultra, déjà publié partiellement par Gerhardt dans le tome VII des Philosophische Schriften, où il côtoyait les deux fragments Initia scientiae generalis. Conspectus speciminum (p. 59 sq) et Initia et Specimina scientiae novae generalis (p. 64 sq.). Il achevait ainsi le portrait d'une mathesis universalis programmatique, étroitement dépendante du programme de «science générale». Elle était alors soutenue par une version très expurgée des Elementa nova matheseos universalis (p. 348 sq.), où ne subsistait que la théorie générale des relations des deux premières pages. Quant aux fragments Mathesis generalis (LH I, 9, a), que Couturat n'ignorait pas (p. 543), ne restait de leurs deux in-folio et de leurs six in-quarto, que le titre.

Cette image venait clairement soutenir les thèses défendues dans la Logique de Leibniz où un chapitre était consacré à la «Mathématique Universelle», entendue comme une théorie générale des relations de type logique. Mais elle n'était pas nécessairement conforme à celle qui se dessinait dans le tome VII des Mathematische Schriften édités par Gerhardt en 1863 (dont la première partie était intitulée Initia Mathematica. Mathesis universalis. Arithmetica. Algebra). Le grand traité de Mathesis universalis s'y démarque, en effet, par son caractère assez technique et par la définition étroite qu'il investit (scientia de

quantitate in universum). De fait, après une introduction générale sur le statut de l'analyse mathématique, le corps du traité s'occupe à une réflexion sur l'algèbre et son éventuelle amélioration, qui n'est pas sans évoquer un autre fragment où apparaît la mathesis universalis: le De ortu, progressu et natura algebrae⁷. Mais l'obstacle pouvait aisément être contourné : d'une part, il suffisait de lire la *Praefatio* placée juste avant le traité comme étant effectivement sa préface pour retrouver l'image d'une *mathesis universalis* programmatique; de l'autre, il suffisait de porter l'attention surtout sur les deux premières pages du traité, la lecture opérant ici des coupes comparables à celle opérées matériellement dans les Elementa nova par leur éditeur. Ainsi le fait que le seul fragment assez complet, tardif (on estime qu'il a été rédigé vers 1694-1695), censé donner la conception de ce qu'était la Mathesis universalis (et non ses nouveaux éléments), ne s'occupe que de la science universelle de la quantité et mène une réflexion assez technique sur le fonctionnement symbolique de l'algèbre passa grandement inaperçu. Il est d'ailleurs tout à fait significatif que des auteurs qui prêtent attention à la diversité des définitions, connaissent les manuscrits inédits, notamment les fragments tardifs rédigés vers 1700 (où la mathesis universalis est étudiée comme «science universelle de la quantité»), se rabattent souvent vers la seule mathesis universalis qui paraissent intéressante : celle qui aurait été programmée dans les Elementa nova et devait figurer, croit-on, une «théorie des structures». En fait, cette conception s'explique surtout du fait qu'il existe un très grand nombre de textes où la mathesis universalis est qualifiée, en passant, comme un simple équivalent de l'algèbre (elle-même science universelle de la quantité), sans que Leibniz éprouve le besoin de s'y arrêter. Il était donc tentant de considérer qu'il y avait là un sens «restreint», pour reprendre l'expression de Couturat⁸, et que Leibniz ne s'était vraiment intéressé qu'au sens large - tout lecteur «philosophe» étant invité à faire de même.

L'édition des œuvres complètes, engagée par l'Académie de Berlin depuis 1923, a profondément égratigné cette première image. Certes, il n'est pas encore possible d'avoir un aperçu exhaustif de tous les travaux de Leibniz, notamment en mathématiques, et toute étude sur la *mathesis universalis* doit donc accepter de n'être encore qu'un simple point de vue. Reste que notre connaissance des développements de la pensée leibnizienne jusque dans les années 1679-1680 est aujourd'hui bien meilleure et rend sensible des évolutions jusqu'à présent masquées par la profusion, sinon la confusion, des éditions. C'est pourquoi d'ailleurs nous avons axé le travail de «situation» sur cet aspect. Or est mis aujourd'hui à

 $^{^7}$ GM VII, 203-216. Au moins, dans sa première partie, la seconde étant consacrée à un aperçu historique.

⁸ L. Couturat, *op. cit.*, p. 291, n. 3 où sont rappelées les principales références.

notre disposition un long fragment de 1679 qui développe une réflexion très poussée sur la mathesis universalis, dans sa définition commune de «science universelle de la quantité». Ainsi l'idée que Leibniz ne s'intéresse, après le séjour parisien, à la mathesis universalis que sous le programme de «science générale» paraît-elle aujourd'hui discutable. Ce texte, qui n'a pas encore reçu l'attention qu'il méritait, sera le principal foyer de réflexion de notre travail de reconstitution. En outre, nous disposons également d'une version complète des Elementa nova, qui apparaît comme beaucoup plus proche du projet d'une théorie générale de la quantité que ne le laissait penser la version expurgée donnée par Couturat. Cette nouvelle image invite à comprendre de manière plus précise l'adhérence de la réflexion philosophique à la théorie mathématique et à se méfier des visions programmatiques, toujours susceptibles d'égarer le commentateur. Elle invite surtout à porter l'attention qu'elle mérite à la conception «restreinte», dont les «éléments nouveaux» semblent beaucoup plus dépendants qu'on ne l'a cru jusqu'à présent. Aussi commencerons nous notre étude par cette mathesis universalis «donnée» sur laquelle le projet de «nouveaux éléments» doit faire fond.

L'enquête menée sur l'évolution du concept de *mathesis universalis* soutient clairement ce premier repérage des lieux. Il y a assurément une première configuration où *mathesis universalis* et *ars combinatoria* ont parfaitement coïncidé et ouvert au programme d'une «écriture universelle» soutenue par une «analyse des notions» qui conduirait à «l'alphabet des pensées humaines». Mais ce premier modèle de *mathesis universalis*, qui apparaît dès 1666 et auquel Leibniz ne cessera de se référer par la suite, n'a pas intéressé le philosophe comme *problème*. Il était très explicitement présenté comme l'un des noms de l'algèbre spécieuse ou analyse des quantités indéterminées (c'est-à-dire *in universum*) mise au point par Viète et Descartes, et requalifiée depuis Van Schooten en *mathesis universalis*. Leibniz n'éprouvait pas le besoin de s'y attarder, sinon sous la pression d'une réflexion philosophique plus large sur la «nature des esprits et des corps». Mais, même dans ce cadre, il s'agissait invariablement de faire fond sur l'algèbre symbolique comme *acquis* permettant de soutenir la possibilité d'une «langue philosophique», étroitement dépendante de la constitution d'une spécieuse générale, qui ne fasse pas verser la vérité dans le pur arbitraire d'un jeu de signes.

Il n'est donc pas indifférent que Leibniz s'intéresse à nouveau directement à la mathesis universalis après le séjour parisien. Que s'est-il passé entre temps ? Rien moins, nous l'avons vu, que l'éclatement sur ses bases du premier modèle d'analyse sous les coups de l'arithmétique de l'infini et la découverte de la géométrie supérieure, ouvrant la nécessité d'une «nouvelle analyse» – c'est-à-dire d'une nouvelle mathématique et d'une nouvelle

logique. Le modèle de mathesis universalis qui se trouve alors mis en avant est moins celui de Van Schooten que celui de Wallis⁹. Cet éclatement a pour effet de disjoindre momentanément caracteristica et mathesis universalis, disjonction qui a elle-même une double conséquence : d'une part, il semble que la spécieuse puisse se développer par elle-même selon la ligne d'une analysis nova (ou, parfois, analysis universalis); c'est un des fils directeurs des trois grands projets de réforme mathématique que sont le calcul du situs (ou «caractéristique géométrique»), le calcul des différences et l'estime des apparences, qui seront autant d'«échantillons» de cette nouvelle caractéristique ; selon cette première direction, apparaît clairement le primat, souvent répété par Leibniz, de la caracteristica sur la mathesis universalis; mais d'autre part, la disjonction des deux programmes impose d'approfondir la réflexion sur leur coïncidence heureuse dans le cas particulier de l'algèbre symbolique et sur les réquisits que devra remplir le «calcul universel», s'il veut passer du statut de simple organon, au sens que donnait encore Van Roomen à l'arithmetica universalis, à celui de réel «Fil d'Ariane». Il est tout à fait frappant, sous ce point de vue, de noter que l'Accessio lance, en même temps qu'une arithmétique de l'infini, une réflexion nouvelle sur le rôle des caractères en mathématiques et leur rapport à la vérité. Cette réflexion, qui se fonde sur le modèle algébrique, va diriger la critique des projets de «caractéristique» antérieurs et trouver une forme assez mûre vers 1676-1677, à l'époque du Dialogus. La première détermination se trouve alors inversée : la caractéristique doit trouver dans la mathesis universalis comme algèbre la condition de son éventuel succès comme logique générale. C'est par ce biais que l'intérêt de Leibniz pour la mathesis universalis se trouve ravivé.

A. LA MATHESIS UNIVERSALIS REÇUE

1. PENSER L'ALGÈBRE

Le constat que dresse la lettre à Oldenburg de 1675 donne des indications très claires sur le statut de l'algèbre à la fin du séjour parisien. Loin de constituer l'unique modèle de la caractéristique ou spécieuse, elle en figure désormais un cas particulier. Le point a souvent été noté pour indiquer la dépendance de la mathématique à l'art

⁹ A la fin du séjour parisien, Leibniz entreprend d'ailleurs d'écrire un dialogue pour introduire à l'algèbre, à la manière platonicienne, où l'influence de la *mathesis universalis* de Wallis est visible, cf. *Ein Dialog zur Einführung in die Arithmetik und Algebra*, édité par E. Knobloch, Stuttgart, Frommann, 1976.

combinatoire, conçue comme une logique («science des formes et des formules»). De nombreuses déclarations de Leibniz viennent soutenir cette organisation générale. Mais cette subordination n'en repose pas moins sur le fait que l'algèbre fournit un «échantillon» hors du commun de ce que doit être une caractéristique et Leibniz d'avancer régulièrement que sa caractéristique se distinguera justement de posséder les mêmes pouvoirs que l'algèbre. La double détermination apparaît remarquablement dans la grande lettre à Tschirnhaus du printemps 1678¹⁰. Ce témoignage doit particulièrement nous intéresser : d'abord, parce que cette lettre est écrite par Leibniz à celui qui l'a accompagné chez Clerselier pour consulter les textes inédits de Descartes, dont les Regulae. Cette lecture impressionne beaucoup Tschirnhaus qui en formule tout de suite le programme général. S'ensuit alors un échange avec Leibniz où Tschirnhaus critique la position de surplomb de l'ars combinatoria et lui oppose l'identité de l'algèbre et de l'ars inveniendi. Or nous avons vu que Tschirnhaus pense cette méthode au titre de la mathesis universalis. Nous avons donc là un exemple rare de confrontation de deux modèles, qui ont pu, l'un comme l'autre, être conçus au titre de la mathesis universalis. Cette indication prend un relief particulier du fait que la mathesis universalis réapparaît précisément dans le système leibnizien juste après cette confrontation. En outre, il ne semble pas que cette controverse ait été sans influence sur la conception leibnizienne, puisqu'elle commande encore l'examen de la mathesis universalis dans un texte comme le De ortu. Aussi nous servira-t-elle d'utile point de départ avant d'entrer dans les textes portant plus directement sur la mathesis universalis.

Leibniz n'est évidemment pas dupe sur la polémique engagée avec ces multi qui affirmeraient que l'art combinatoire surpasse l'algèbre : «ces nombreux hommes, en effet, qui pensent ainsi, d'après ce que tu en dis, je pense qu'à part moi, ils sont peu nombreux». Il répond tout d'abord que la critique lui semble justifiée si l'on appelle art combinatoire la science qui étudie les variations des nombres. Mais tel n'est pas son cas : «A la vérité l'art Combinatoire est pour moi loin de cela, et plutôt : la science des formes c'est-à-dire du semblable et du dissemblable, de même que l'algèbre est la science de la grandeur, c'est-à-dire de l'égal et de l'inégal» 11. Et de préciser, en conséquence : «Bien plus, la Combinatoire semble peu différente de la science Caractéristique générale, à l'aide de laquelle sont élaborés, ou peuvent l'être, des Caractères appropriés à l'algèbre, la musique, et même à la

¹⁰ A II, 1, 411 sq. (fin mai-début juin ?).

^{11 412, 9-11 :} Verum mihi longè est ars Combinatoria scilicet : scientia de formis seu de simili et dissimili, quemadmodum algebra est scientia de magnitudine seu de aequali et inaequali.

logique»¹². En relèvent donc aussi bien la Cryptographie que l'extraction des racines ; mais tout autant l'art de trouver les progressions (séries) et de fonder les tableaux. Or cet art se distingue alors du fait que les formules n'y expriment pas la seule quantité, ce qu'on peut notamment vérifier dans le cas d'un calcul traitant du *situs*¹³. La position large d'art combinatoire est ici clairement liée, comme on pouvait s'y attendre, à la manière dont l'arithmétique des séries et l'analyse du *situs* ont fait valoir leur droit face à la trop étroite *logistica*.

Cette position, on peut dire sans trop se risquer que Leibniz ne l'a jamais quittée. Il y a assurément des hésitations, mais elles opèrent sur le statut de ce fameux ars combinatoria qui relève tantôt de la métaphysique, tantôt de la mathématique, tantôt de la logique, plutôt que sur sa fonction de subordination ou au moins de concurrent direct de l'algèbre. On pourrait donc aisément s'en tenir là : l'algèbre, que Tschirnhaus assimile comme tous les «cartésiens» à la mathesis universalis, doit se trouver intégrée dans une science supérieure de la forme ou qualité, qui a une extension plus large. Ainsi se trouve naturellement privilégiée une position idéale où les deux disciplines s'identifieraient. N'est alors «vraiment» intéressante que la «nouvelle» mathesis universalis et comme nous avons peu de renseignements sur elle, le commentateur - surtout s'il n'a eu accès qu'aux éditions de Couturat et Gerhardt – se trouve d'autant plus libre de faire des rapprochements avec d'autres textes où il n'est pas question de la «mathématique universelle». Mais cette approche manque une concession extrêmement importante au point de vue cartésien, que nous savons désormais repérer : «Pour autant, j'avoue qu'on n'a jamais mis au jour de plus beaux échantillons de l'art Combinatoire ou Caractéristique générale que dans l'Algèbre, et en conséquence : à celui qui maîtrise l'algèbre, il sera plus facile de constituer la combinatoire générale, parce qu'il est toujours plus facile de parvenir aux sciences générales a posteriori à partir d'exemples spécifiques qu'a priori (quia semper ad scientias generales facilius a posteriori ex specialibus exemplis, quam a priori pervenitur)» 14.

Ce n'est pas là un point de détail dans l'argumentation : cette déclaration ouvre au programme de *Characteristica generalis*, qui pourrait se donner sous la forme d'une langue ou

¹² 412, 11-13: Imo Combinatoria parum differe videtur, a scientia Characteristica generali, cujus ope Characteres apti ad Algebram, ad Musicam, imo et ad Logicam excogitati sunt aut excogitari possunt.

^{13 412, 23-27:} Ars etiam quaerendi progressiones, et condendi Tabulas formularum, est pure Combinatoria, neque enim tantum in formulis magnitudines exprimentibus sed et aliis omnibus locum habent. Possunt enim etiam fomulae excogitari exprimentes situm atque ductum linearum et angulorum magnitudinibus licet non consideratis, cujus ope facilius utilique elegantiores constructiones reperientur quam per Calculum magnitudinum.

¹⁴ 412, 30-33.

d'une écriture permettant d'exprimer toutes choses. Or pour indiquer le privilège de cette langue, Leibniz prend l'exemple des caractères numériques. Nous retrouvons ici le mouvement lancé par le Dialogus: car il ne s'agit pas de faire fond sur la simple donnée de symboles mathématiques supposément transparents aux objets, mais bien de les comparer. Si nous comparons les différents symboles choisis pour exprimer les nombres, nous constatons aisément que les symboles arabes sont plus «commodes» que les symboles romains. La raison en est qu'ils expriment mieux la genèse des nombres 15. D'où la conclusion décisive et célèbre que l'étude des caractères, loin de nous éloigner des «choses», nous conduira à ce qu'elles ont de plus intime : nemo autem vereri debet, ne Characterum contemplatio nos a rebus abducat, imò contra ad intima rerum ducet. Ainsi la direction tracée par la lettre à Gallois, puis par le *Dialogus* est-elle encore très perceptible : la *mathesis universalis*, comme algèbre, sert de fondement au projet d'une caractéristique générale qui devra en reproduire le fonctionnement. Quant à savoir de quel fonctionnement il s'agit, cela est très clair : il faudrait pouvoir posséder des caractères bien ordonnés, très distincts (distinctissima), qui donneraient comme un «fil de la méditation» (meditandi filum), dans lequel la résolution d'un concept en ses éléments simples serait immédiate, c'est-à-dire qui permettraient une connaissance adéquate (notitias adaequatae)¹⁶. Voilà ce dont l'algèbre nous donne un «échantillon».

Mais il y a plus, car nous retrouvons également ici un point sur lequel nous n'avons cessé d'insister dans le travail de «situation» de la mathesis universalis : en matière de Caractéristique générale, il ne faut pas confondre ce qui vaut de fait et ce qui vaudrait de droit. Il est assez rassurant de constater que Leibniz nous y enjoint explicitement en rappelant qu'il est plus facile de comprendre la combinatoire à partir des échantillons qui en sont donnés que de vouloir la constituer a priori. Nous verrons d'ailleurs que c'est encore la démarche suivie dans le fragment, pourtant tardif, intitulé Mathesis universalis. Certes l'art combinatoire dépasse l'algèbre et devrait permettre la constitution d'une caractéristique générale, mais cette dernière ne vaut encore qu'à titre de projet. Leibniz concède d'ailleurs qu'il s'agit là d'une entreprise particulièrement ardue : «si tu me dis que la chose est belle, mais difficile, j'aurais assez obtenu de toi. Car la difficulté ne m'effraie pas, puisque je vois assez les raisons certaines et très commodes, si je ne me trompe, de la surpasser» (l. 19-21). C'est un point où la lecture «logiciste», inaugurée à la fin du XIXe siècle, a créé beaucoup de malentendus : non seulement, il est possible de proposer des «échantillons» de la

^{15 413, 2}**-**9.

^{16 413, 11-17.}

Caracteristica universalis, sans qu'elle soit elle-même encore réalisée, mais cette démarche est plus efficace que celle qui consisterait à la constituer a priori. Sous cet aspect, la filiation établie par Frege entre son projet et la caracteristica de Leibniz ne semble pas légitime : d'une part, la Begriffsscrift opère clairement a priori, puisqu'elle veut transcrire dans le symbolisme les lois pures de la pensée ; de l'autre, et en conséquence, il ne semble pas que des échantillons puissent en être proposés sans qu'elle ait été elle-même achevée.

Aussi faut-il être attentif à ce fait : Leibniz engage indéniablement à l'époque du séjour parisien un nouveau projet de caractéristique, plus large que celui du De arte combinatoria même s'il s'y trouve rétrospectivement projeté. Ce programme implique un dépassement du premier modèle combinatoire, trop dépendant de l'algèbre dont les limites sont apparues dans l'étude de l'analyse mathématique (notamment dans le traitement de l'infini), et donc un dépassement du premier modèle caractéristique, trop étroit. Mais Leibniz fait alors face à plusieurs adversaires : d'un côté, ceux qui identifient l'algèbre à l'ars inveniendi au titre de la mathesis universalis; de l'autre, ceux qui ont tenté de constituer des «caractéristiques» sans tenir compte du modèle privilégié de la spécieuse algébrique. En même temps qu'il oppose aux premiers la position de surplomb de la caractéristique générale, il réclame aux seconds une caractéristique qui ait même puissance que l'algèbre, c'està-dire que la mathesis universalis au sens qu'elle a alors. C'est l'exigence qui est avancée dès 1673 dans la confrontation directe avec le projet d'ars signorum de Dalgarno et sur laquelle Leibniz reviendra sans cesse : «La vraie Caractéristique Réelle, telle que je l'ai conçue, devrait être comptée au rang des instruments les plus adaptés à l'esprit humain : elle détiendra en effet un pouvoir invincible d'inventer, de retenir et de juger. Elle produira, en effet, en toute matière ce que les caractères de l'Arithmétique et de l'Algèbre produisent dans la Mathématique : eux dont la très grande force autant que l'usage admirable sont bien connus de ceux qui y sont exercés»¹⁷. Cette thèse prend de plus en plus d'importance à mesure que Leibniz s'oriente, après le séjour parisien, vers la constitution d'un authentique «calcul universel» qui puisse pallier les défauts des anciens calculs logiques (1678-1679). Il est d'ailleurs significatif que ce projet puisse alors être appelé, comme on l'a vu dans la lettre à Mariotte de 1676 : «algèbre universelle» et qu'il repose alors explicitement sur le

¹⁷ A VI, 3, 170 : vera Characteristica Realis, qualis a me concipitur, inter [ap]tissima humanae Mentis intrumentis censeri deberet, [invi]cibilem scilicet vim habitura et ad inveniendum, et ad retinendum et ad dijudicandum. Illud enim efficiet in omni materia, quod characteres Arithmetici et Algebraici in Mathematica : quorum quanta sit vis quamque admirabilis usus, sciunt periti. Cette idée est au fondement du projet de caractéristique universelle tel qu'il est présenté à Oldenburg dès 1673 [A II, 1, 240]. En tant qu'échantillons, l'arithmétique et l'algèbre servent alors de preuves qu'existe une caractéristique telle que Leibniz la projette.

«pouvoir» qu'a le calcul algébrique de nous faire «entendre la chose même» ¹⁸. Il ne faut donc pas exagérer la critique de l'algèbre en tant qu'elle doit être subordonnée à la caractéristique générale, et oublier : d'une part que cette caractéristique est un projet et non une langue constituée ; d'autre part, qu'elle est invariablement présentée comme devant prendre dans l'algèbre le *modèle* de son fonctionnement.

Non qu'il s'agisse pour Leibniz de refuser l'inscription de son projet caractéristique dans des traditions vivaces de recherche, y compris dans l'idée d'une combinatoire universelle prenant déjà la forme d'un calcul dont avaient rêvé les lullistes. Leibniz reconnaîtra toujours sans difficulté la lignée dont relève le projet combinatoire, à la fois du côté d'un certain pythagorisme et du côté des programmes de «langue universelle»; mais ce qu'il refusera vivement, en revanche, c'est que *l'articulation* de ces deux directions ait été correctement pensée avant lui. Encore faut-il, en effet, comprendre le couplage du projet de caractéristique universelle et de l'analyse mathématique. Comme cette dernière porte alors le nom de *mathesis universalis*, nous retrouvons ici un des problèmes directeurs de cette étude. Il va d'ailleurs nous mener en droite ligne à l'intérêt retrouvé pour cette discipline :

Je ne sache pas cependant qu'aucun mortel soit parvenu à voir la vraie raison qui permettrait d'assigner à toute chose son nombre caractéristique propre. Car les plus grands savants, auxquels j'ai fait voir à l'occasion quelque découverte de ce genre, m'avouèrent ne rien entendre à mes paroles. Et même si l'on a vu récemment des hommes remarquables élaborer une sorte de langue ou de caractéristique universelle, capable de mettre toutes les notions et les matières en bon ordre et d'aider les nations étrangères à échanger leurs sentiments, de telle sorte qu'il soit possible à chaque homme de lire dans sa propre langue ce qu'un autre homme a écrit dans la sienne, nul ne s'est encore attaqué à la langue, à la caractéristique, qui enfermerait en même temps l'art d'inventer et de juger, c'est-àdire dont les marques ou caractères auraient le même effet que les marques arithmétiques pour ce qui est des nombres, et les marques algébriques pour ce qui est des grandeurs considérées abstraitement. Et pourtant, ne semble-t-il pas que Dieu, ayant fait don de ces deux sciences au genre humain dans sa largesse, (GP VII 185) a aussi voulu nous avertir qu'un secret bien plus important reposait dans notre entendement, dont elles ne seraient que des ombres (1679)¹⁹.

Aussi est-il impératif de comprendre *pourquoi* on pouvait associer le projet de caractéristique et celui de *mathesis universalis* – association dont on estime trop souvent qu'elle est simplement donnée consécutivement à une sorte de décision originaire de la

¹⁸ A II, 1, 271, cité plus haut [V, B 4.2].

¹⁹ A VI, 4, A 264; R64. Voir également J.-B. Rauzy, *op. cit.*, p. 16: «L'originalité de Leibniz aura été de fusionner les traditions. Aux caractéristiques souvent fantaisistes de ceux qui cherchaient la "clé universelle", il a ajouté la rigueur méthodique des algébristes. Il en a tiré, sinon un objet tout fait, au moins un programme, qui ne pouvait être réalisé que par le retour à la syllogistique traditionnelle. S'il faut assigner un lieu textuel à cette fusion, il se trouve, sans aucun doute, dans les essais de caractéristique numérique que Leibniz composa en avril-mai 1679».

philosophie de Leibniz. Une chose est sûre : ni le programme «pythagoricien», ni celui de caractéristique ne permettent d'apporter une réponse pleinement satisfaisante. Il y a d'ailleurs à ces résistances un motif très profond que nous connaissons bien : la méfiance à l'égard d'un traitement mathématique purement symbolique (ou allégorique), que Leibniz a rencontré auprès de son maître Weigel. L'explication est allusive dans le passage que nous venons de citer, mais il appert en tout cas que l'usage des «marques» arithmétiques et algébriques doit permettre aux disciplines qui en traitent rien moins que de se constituer en art d'inventer et de juger²⁰. Cette remarque succincte, sur laquelle Leibniz reviendra régulièrement, est essentielle : d'une part, le privilège de la spécieuse algébrique ne se limite pas à un simple constat de perfection symbolique, mais vaut d'abord dans le cadre de l'«art d'inventer». Nous retrouvons ici la ligne continue qui ancre la réflexion sur la mathesis universalis dans l'association, opérée à la fin du XVIe siècle, entre l'émergence de l'algèbre et le perfectionnement de l'ars inveniendi. La ligne directrice de l'intérêt pour la mathesis universalis, soulignons-le, est méthodologique, au sens où elle est orientée par un impératif heuristique dominant. Mettre en symbole une théorie, quelle qu'elle soit, n'est pas intéressant seulement au sens où s'il s'agit, comme le disent les Nouveaux Essais, de «ranger les idées». Cette entreprise comprend même le risque non négligeable de tourner à «l'allégorie». Mais il ne s'agit pas non plus de se cantonner à un «art de juger». Ce serait manquer le fonctionnement propre du symbolisme algébrique, dont la force principale à été de modifier complètement le mode de résolution des problèmes (et corrélativement de la compréhension de ce qu'est un problème en général). C'est donc la conjonction de l'art de juger et d'inventer qu'il faut pouvoir étendre hors de son champ primitif si l'on veut donner à la «caractéristique universelle» les mêmes pouvoirs que l'analyse algébrique.

2. LA CARACTERISTIQUE DANS LA *MATHESIS UNIVERSALIS*

2.1. La structure de la mathesis universalis en 1679

a. Définition de la «mathématique générale» ou mathesis universalis

Il est remarquable que le regain d'intérêt pour la mathématique universelle après le séjour parisien se fasse dans le cadre de la caractéristique et de la méthode, plus exactement : «de l'art caractéristique et de l'art des inventaires, qu'ils soient analytique ou

²⁰ Même critère dans la lettre à Gallois de décembre 1678 [A II, 1, 428, 12-14]

synthétique, dans la mathesis universalis»²¹. Mais cette indication peut être trompeuse, si elle laisse croire qu'il s'agit de placer la mathesis universalis sous l'égide d'une nouvelle caractéristique, dans laquelle elle se trouverait reconfigurée et dont elle pourrait même prendre, par métonymie, le nom. Le propos de Leibniz est, plus modestement, celui d'un examen, et éventuellement d'une amélioration, de la caractéristique propre de la mathesis universalis telle qu'il la reçoit. La restriction du champ se trouve d'ailleurs ouvertement revendiquée comme telle dans la version achevée de l'étude : «Par la suite, comment il serait possible avec leur aide [scil. des caractères] de rendre plus approprié au raisonnement l'usage des nombres, des figures par lignes et des mots, mais aussi bien de choses très éloignées de l'habitude, ce n'est pas ici le lieu d'y toucher ; aussi serai-je satisfait pour le moment d'avoir amélioré la Charactéristique de la seule *Mathesis universalis*»²². Le titre de la pièce interdisait d'ailleurs déjà l'amalgame si courant de la mathesis universalis et de la caracteristica universalis – le danger d'un tel amalgame, remarquons-le, n'étant pas qu'il assigne trop vite des frontières à ces différentes sciences, mais qu'il annule tout simplement le problème de leur association. Or c'est précisément ce problème qui ramène la mathesis universalis au cœur des réflexions de Leibniz après le séjour parisien.

L'approche est donc déjà très différente du projet du *De arte combinatoria*, dernier texte où Leibniz se soit jusqu'à présent appuyé sur le concept de *mathesis universalis*. Car il s'agissait alors de faire fond sur l'Analyse spécieuse, modèle général de l'art combinatoire comme analyse des indéterminées, mais dont les cartésiens n'avaient pas perçu la pleine puissance comme *logica inventiva*: l'«écriture universelle» (*scriptura universalis*), clairement référée aux projets de caractéristique, y apparaissait comme un champ *d'application* de la *mathesis universalis* sous réserve de la mise au point d'un lexique fondamental des notions²³.

 $^{^{21}}$ De arte characteristica inventoriaque analytica combinatoriave in mathesi universali [A VI, 4, A, 315 sq.].

²² p. 326 : Porro in quibus numerorum et figurarum linearium et verborum usus aptior ratiocinationi reddi posset, velut res a consuetudine nimis remotas, attingere hujus loci non est, itaque Characteristicen tantum Matheseos Universalis nunc quidem perfectiorem reddere satis habebo. Cette mention fait explicitement référence à un type privilégié de caractères, dont les symboles des algébristes sont le modèle (l. 6). Dans la conclusion du passage, ces symbola sont bien présentés comme le nom propre des caractères de la mathesis universalis (329, 11-12).

²³ GP IV, 72. On rappellera que l'ars combinatoria est alors très clairement lié au modes de distribution d'un tout en ses parties ou variatio (dont les deux «fondements» sont la complexio et le situs). Or cette notion de totum a été patiemment dérivé dans les premières lignes du traité au titre de la Quantitas et de la Relatio, qui ne sont pas des êtres et ne relèvent donc pas directement de la Métaphysique [GP IV, 35]. Le modèle fourni par la mathesis universalis ou analyse spécieuse n'est donc pas une référence anecdotique, dont l'ars combinatoria proprement dit se distinguerait clairement. Si Leibniz insiste à plusieurs reprises sur le fait que les notions d'unité, de situs et de complexio relèvent, prises pour elles mêmes, de la Métaphysique, dont la doctrine de toto et parte est alors partie intégrante, il insiste tout autant sur le fait que tel ne sera pas son objet dans le traité. La «doctrine des complexions» qu'il va donner relèvera donc plutôt de la mathématique (et tum Complexio, tum Situs ad Metaphysicam pertinet, nempe ad doctrinam de Toto et partibus : si vero intueamur Variabilitatem, id est

En 1679, les rôles sont inversés : ce n'est plus la caracteristica universalis qui apparaît comme un échantillon de l'art combinatoire, calqué sur la mathesis universalis ou analyse spécieuse, c'est la mathesis universalis qui fournit un échantillon pour l'étude de la caractéristique et dont des échantillons nouveaux peuvent être ipso facto envisagés en se tournant simplement vers les problèmes qui dépassent («transcendent») l'algèbre. Le point notable est que Leibniz éprouve alors le besoin d'expliquer le fonctionnement symbolique propre de la mathesis universalis, la caractéristique universelle n'apparaissant qu'au titre d'une extension projetée hors des limites de «l'analyse reçue»²⁴. L'idée si souvent répétée que la caractéristique réelle doit avoir les «mêmes pouvoirs» que l'algèbre va donc pouvoir recevoir ici un sens précis.

Sous cette perspective, il n'y a guère de surprise à constater que l'étude de 1679-1680 ne se propose pas du tout de créer une nouvelle discipline, mais s'appuie sur une définition banale et décevante : «Dans la Mathématique générale, [qu'] on traite des Nombres, des Figures ou des Mouvements, ou de toute autre chose mesurable» 25. Les versions préparatoires du texte se limiteront très clairement à cette science universelle de la quantité en tant que mesurable, sans se préoccuper d'élaborer une conception plus large et la version finale l'identifiera simplement à l'algèbre 26. Gardons-nous, pour autant, de croire que cette délimitation est l'effet d'une naïveté bientôt dépassée et opérant à défaut d'une conception plus générale : il existe à la même époque des mentions d'un programme plus étendu et plus novateur d'une mathesis universalis s'étendant à la qualité. Ainsi un Conspectus Speciminum des Initia Scientiae generalis avance-t-il la définition suivante : «La Mathématique générale traite des déterminations de la grandeur ou Quantité, et de la Similitude ou qualité. Par son intermédiaire, aussi bien pour les Nombres déterminés que

Quantitatem variationis, ad numeros et Arithmeticam deveniendum est. Complexionis autem doctrinam magis ad Arithmeticam puram, situs ad figuratam pertinere crediderim, sic enim unitates lineam efficere intelliguntur).

 $^{^{24}}$ A VI, 4, A, 329, 11-15: Professi autem sumus hoc loco Characteres Matheseos Universalis receptos, quos symbola vocant, a nobis tantum tractandos, atque ita perficiendos esse, ut appareat quantum hactenus desit Analysi receptae, et quanta res sit Ars characteristica, cujus hoc loco tantum specimina damus.

²⁵ A VI, 4, A, 315: In Generali Mathematica, sive de Numeris ac Figuris, sive de Motibus, aliisique rebus mensurabilibus agatur. Il s'agit de la première des trois versions biffées avant la rédaction définitive, qui ne donne pas de définition explicite de la mathesis universalis, mais l'identifie clairement à l'algèbre. La troisième version donne, à la place de Generalis Mathematica, l'expression significative de In re mathematica in universum (p. 317) qui se retrouvera dans d'autres textes. Le traitement des mathématiques in universum et la «mathématique universelle» sont ici clairement identifiés.

²⁶ Il faut noter que cette équivalence fait l'objet, de la part de Leibniz, d'une démonstration. De fait, la mesure étant le nombre de parties, il n'y a pas de différence entre l'algèbre et la science des grandeurs mesurables : Unde omnis magnitudo concipi potest ut numerus partium, et ideo scientia calculi, seu de numero vel indefinito quem tractat Logistica sive Algebra, vel definitio, quem tractat Arithmetica, nihilo differt a scientia Magnitudinis per se consideratae et a rebus quantitatem habentibus abstractae [De rebus in scientia mathematica tractandis (entre 1680 et 1682?); A VI, 4, A, 380]. Cette démonstration est reproduite, comme nous le verrons, en ouverture du traité intitulé Mathesis universalis.

traite l'Arithmétique, que pour les indéterminés dont s'occupe l'algèbre, tout calcul peut être mené à bien par des techniques nouvelles et ainsi se trouvent résolues ces [difficultés] qui n'étaient pas considérées jusqu'à présent comment étant en son pouvoir»²⁷. Il est donc réducteur, comme nous aurons l'occasion de le constater de plus en plus clairement, de croire que la limitation de la définition de la mathesis universalis à la seule quantité est l'indice d'une réflexion maladroite. On peut d'ailleurs rappeler que des textes tardifs et aussi importants que le traité projeté de Mathesis universalis s'en tiennent encore à la définition stricte d'une science universelle de la quantité²⁸.

Avant d'entrer dans le détail de l'analyse, il faut s'arrêter un peu sur cette définition décevante, qui soutient remarquablement une des lignes directrices de notre étude. Comment ne pas voir, en effet, que la définition de la mathesis universalis comme science de la quantité en général court finalement sans grand changement tout au long du XVIIe siècle, depuis les écrits de Van Roomen jusqu'à ceux de Leibniz (et bien avant déjà au titre de la scientia mathematica communis)? Si rupture il y a, à l'orée de «l'âge classique», c'est donc plutôt : 1. Tout d'abord à partir du moment où cette «science mathématique commune» se voit donner comme objet un réel sujet (le quantum phantasiatum ou la fantaisie comme «étendue réelle»), antérieur à la répartition en genres et qui conduira Leibniz à en faire une véritable «logique de l'imagination» ; 2. puis à partir du moment où l'algèbre est présentée non seulement comme une reconfiguration de la doctrina rationum, référent traditionnel de la mathematica communis, mais surtout comme une science à part entière (plutôt que comme une simple technique). L'histoire de la «mathématique universelle» à l'âge classique est l'histoire de cette association nouvelle, reçue avec plus ou moins d'intérêt et de bonheur par les différents acteurs de la «relève» des mathématiques – et dont nous avons cherché à montrer qu'elle prenait une inflexion décisive dans le programme spécifique, où l'algèbre se voit définie comme modèle de tout ars inveniendi. Ainsi la réflexion philosophique vient-elle s'y poser pour comprendre le fonctionnement général de la méthode comme art d'inventer.

²⁷ A VI, 4, A, 362: Mathematica generalis, de magnitudine sive Quantitate, et Similitudine sive qualitate, determinandis, qua Numerorum tam certorum quos Arithmetica tradit, quam incertorum quibus Algebra occupatur, calculus omnis novis artibus perficitur, absolvunturque quae hactenus visa non sunt in potestate.

Mathesis universalis (ca 1695): Mathesis universalis est scientia de quantitate in universum, seu de ratione aestimandi, adeoque limites designandi, intra quos aliquid cadat. Deux fragments (LH XXXV 1,9 Bl.1-4 et Bl. 9-14), vraisemblablement écrits vers 1700, reprennent cette définition (voir Schneider, art .cit., p 168, n. 32). Le premier, reproduit partiellement par Schneider, s'ouvre par la définition suivante: Scientia Mathematica Generalis agit de quantitate in universum seu de ratione aestimandi. Le second, édité et commenté par E. Grosholz et E. Yakira, s'ouvre par la définition: Mathesis generalis est scientia magnitudinis in universum (Leibniz's Science of the Rational, Studia Leibnitiana Sonderheft 26, Steiner Verlag, 1998, p. 89 sq.).

Mais que signifie étudier l'art d'inventer dans la mathesis universalis? La ligne de force qui conduit à Descartes et se poursuit jusqu'à Leibniz est d'abord, nous l'avons vu, une conception singulière de l'algèbre, considérée comme une science des équations ou quaestiones, plutôt que des opérations. Ainsi l'algèbre peut-elle figurer une véritable théorie des problèmes ou, selon la définition cartésienne de la mathesis, de l'habileté à résoudre toutes les questions. Or il est tout à fait remarquable, du moins pour un œil averti, que cette articulation soit au principe des trois premières versions de l'étude qu'entreprend Leibniz en 1679 : «Dans la mathématique générale, qu'on traite des nombres, des figures ou des mouvements, ou de toute autre chose mesurable, tous les problèmes sont ramenés à ceci : trouver la détermination d'une grandeur quelconque à partir d'autres données, qui soit suffisante pour distinguer cette unique chose de toutes les autres». La définition de la mathesis universalis passe clairement ici moins par l'objet (la «quantité») que par le type de problème. Les premières versions du texte vont d'ailleurs se concentrer sur cet aspect : dans ces problèmes se distinguent d'une part la «détermination», qui est «l'énumération des conditions suffisantes pour distinguer une chose de toutes les autres» et la «construction qui est, en vérité, une certaine opération exacte, dont les réquisits sont en puissance, et par laquelle est produit quelque chose de certain» (aussi bien peut-elle être appelée production). La mathesis universalis est la science constituée sous l'attraction de ces deux pôles (de la question et de l'opération). Un passage de l'un à l'autre est ménagé lorsque la détermination «s'exprime» sous la forme d'une suite réglée d'opérations produisant une quantité. Sous sa forme la plus simple, cette détermination à laquelle il faut parvenir est, du moins dans le domaine de la grandeur, l'égalité. Elle permet d'obtenir la valeur de l'inconnue à partir des données. Lorsque nous sommes parvenus à cette égalité des données et de l'inconnue, la production en découle immédiatement, la valeur étant précisément «l'expression d'une quantité par une certaine production faite à partir des quantités données et au moyen des opérations du calcul»²⁹.

Nous sommes ici, en apparence, en terrain connu. Les premières analyses engagées par Leibniz, aussi succinctes qu'elles paraissent, ne sont pas, en effet, sans rappeler le champ de réflexion investi par les *Regulae* sur le rapport de la *comparatio* et de la *quaestio*. Mais force est déjà de remarquer que le vocabulaire a évolué, et d'une manière qui n'est pas indifférente puisque les termes utilisés formeront le champ sémantique (valeur, expression, quantité, opérations ou calcul) des définitions fondamentales de «l'analyse» jusqu'à la fin du XVIII^e siècle (au moins). Il faut alors se garder de projeter ici des évidences qui sont les

²⁹ A VI, 4, A, 315.

nôtres et manquer l'irruption de cette terminologie nouvelle en l'écrasant sous une technicité anachronique. Au premier chef, il ne semble pas indifférent, surtout lorsqu'on sait l'importance de cette notion pour Leibniz, que le problème et l'opération s'articulent l'un à l'autre dans l'horizon d'un champ expressif³⁰ : un «problème» se spécifie dans la mathesis universalis en déterminations qui permettent de trouver une valeur et cette valeur est l'expression d'une quantité produite par des opérations du calcul. Il y a ici un singulier passage de ce qui était un ensemble de relations logiques («conditions suffisantes pour distinguer une chose») à une relation entre quantités. La troisième version définit directement la «condition» comme une relation : «car la condition n'est rien d'autre ici que la relation de ce qui est cherché à ce qui est donné dans le cadre de la grandeur» (Est autem hoc loco conditio nihil aliud quam relatio quaesiti ad datum involvens magnitudinem)31. Ainsi l'ensemble des conditions du problème apparaît-il comme un système relationnel dans un sens comparable au système de relations opérant dans le domaine d'objets (ici les choses mesurables) auquel il se trouve lié par une «expression». Mais il y a plus, car la «relation», qui conditionne le problème, se voit rapportée au domaine de la grandeur (involvens magnitudinem) comme si d'autres interprétations étaient envisageables pour ce même type de structure. Cette piste nous mène en droite ligne à l'étude de la place que peut tenir la determinatio comme structure de problème dans la «logique» de Leibniz. Nous verrons sous peu qu'elle se déploie effectivement hors du champ étroit des choses mesurables. La mathesis universalis va alors apparaître dans une réflexion plus générale où elle peut servir de modèle pour une certaine structure logique.

Un point doit particulièrement nous arrêter : nous sommes déjà familiers de la transparence des opérations et du langage qui les décrit, mais il faut remarquer qu'elle apparaît ici dans sa pleine puissance ; il ne s'agit plus, en effet, de la limiter au domaine étroit de la *ratio*, ni même de la *comparatio*, puisque l'*expressio* permet de rapporter cette transparence au fonctionnement général de la relation comme telle. Les analyses plus détaillées sur la *mathesis universalis* indiqueront qu'il y a là un des noyaux pour la constitution d'éléments nouveaux : car la *comparatio*, spécifiée en *ratio* et *proportio*, pourra alors déployer sa puissance opératoire comme liaison des systèmes relationnels eux-mêmes — la nature authentiquement logique de cette mathématique apparaissant alors de manière

³⁰ L'expressio intervient, dans notre passage, à un niveau très singulier, comme c'était déjà le cas dans la lettre à Tschirnhaus [A II, 1, 412, 25]: elle désigne le rapport qu'entretient une inconnue, déterminée par une formule du calcul, à son interprétation ou «valeur» dans le domaine choisi (et qui, d'après ce qu'en a dit la lettre à Tschirnhaus, n'est pas nécessairement prise dans les quantités comme c'est ici le cas). Il y a là une piste très intéressante pour comprendre une des origines de ce concept central dans la philosophie de Leibniz.

évidente. Tous ces points ne sont encore amenés ici que de façon allusive, mais nous verrons qu'ils réapparaissent dès la version finale pour permettre une définition fondatrice et plus détaillée de la *représentation* en général comme correspondance expressive de systèmes de *relations*. Non qu'il faille s'étonner outre mesure d'un dispositif, qui reprend les acquis de la théorie du signe de 1677-1678; mais il n'est pas moins remarquable de le voir apparaître *dans une réflexion sur la mathesis universalis*, si bien qu'est donnée ici une indication très importante sur la place qu'elle tient dans la conception leibnizienne de la «logique». Nous est alors donné un soutien non négligeable à l'idée qu'une bonne caractéristique doit posséder «les mêmes pouvoirs que l'algèbre» et, surtout, qu'il existe une logique *des* mathématiques.

b. Determinatio

Ce qui définit la mathesis universalis est donc avant tout une certaine structure de problème : «trouver la détermination d'une grandeur quelconque à partir d'autres données, qui soit suffisante pour distinguer cette unique chose de toutes les autres». On voit d'emblée le privilège que va recevoir la mathesis universalis, telle que la comprend Leibniz : il s'agit, en effet, de trouver par des moyens opératoires des «déterminations» d'un type singulier puisqu'elles sont suffisantes pour distinguer l'objet cherché. De ce point de vue, l'algèbre apparaît comme un modèle des modes (mathématiques) de la distinction. Une telle description ne saurait nous surprendre puisque nous avons déjà vu qu'arithmétique et algèbre sont régulièrement présentées comme les deux exemples privilégiés de ce qu'est une connaissance claire et distincte, au sens précis que Leibniz donne à ces termes³². Mais, jusqu'à présent, il n'avait pas été aisé d'expliquer pourquoi, sauf dans le cas très rare où une analyse complète était possible (c'est-à-dire une solution explicite en nombres). Un autre chemin nous avait été ménagé par l'idée d'une logique de l'imagination : les mathématiques en général, et l'algèbre en particulier, s'y voyaient créditées de la possibilité d'exhiber des structures stables («congruentes») sans qu'il soit besoin de parvenir à l'analyse des éléments eux-mêmes. Elles pouvaient alors servir de modèles pour la penser d'une invariance dans un champ de phénomènes ou de phantasmata supposé fluctuant. Mais cette ligne de force où se définissait un premier sens de la «distinction» ne permettait pas de distinguer les pouvoirs

³¹ Cette idée est déjà présente dans les passages modifiés portées sur la première version, cf. p. 315, notes.

³² Par exemple, dans l'*Introduction à l'encyclopédie secrète* (1679) : «Un concept clair est un concept qui, lorsque nous le possédons, nous permet de reconnaître la chose dont il est question»/«Un concept est distinct lorsque les marques que je possède pour reconnaître la chose peuvent être considérées séparément et distinctement les unes des autres» [trad. fr. R 131].

de l'algèbre de ceux de la géométrie³³. L'algèbre ne fait alors valoir ses «pouvoirs» qu'en tant qu'elle *exprime* une régularité inscrite à même l'espace géométrique lui-même où s'assure la *possibilité* de ces productions symboliques. C'était la ligne d'argumentation développée contre les thèses de Foucher en 1675 où la réalité des objets mathématiques se voyait rapportée à l'existence d'une «cause constante» réglant le déploiement des images. Mais il était bien question également, dans les lettres à Gallois et à Mariotte, de trouver dans l'algèbre en tant que manipulation de symboles un accès à la chose toute nue. Que pouvait bien signifier une telle affirmation hors de la référence au primat de l'imagination perceptive et au *congruenter sentire*? La réflexion sur la *mathesis universalis*, caractérisée par le type de problème qui la structure, va permettre de comprendre plus précisément cette puissance singulière de l'algèbre, en tant qu'elle permet une authentique connaissance symbolique.

La clé de ce pouvoir est à trouver dans l'idée de détermination. La définition qui en est proposée est assez claire : il s'agit d'une relation (ou d'un système de relations) suffisante pour distinguer un objet. Le cas le plus parfait, qui se retrouvera dans nombre de définitions, est celui où l'objet est, comme ici, unique. Mais une telle restriction n'est pas nécessaire et l'on peut appeler déterminé «ce qui peut être décrit par l'intermédiaire des données» ou encore «ce dont la raison, selon laquelle il faut le considérer, est fournie par les données» ³⁴. Or ce type particulier de relation joue un rôle très important dans la réflexion de Leibniz. On voit immédiatement qu'il livre, en effet, la forme logique de l'individuation : déterminer un objet, c'est donner une manière de le décrire à partir des données de telle sorte qu'il puisse être distingué, si possible comme unique. Ainsi les Elementa nova matheseos universalis préciseront encore : «on appelle déterminé ce qui peut être distingué (discerni) de toutes les autres choses lorsque les conditions sont données» ³⁵. Avant donc de se tourner vers les descriptions techniques, il peut être utile de rappeler la place centrale tenue par ce problème à l'époque où est engagée l'étude sur la mathesis universalis.

³³ De fait, Leibniz se référait alors plutôt à des modèles géométriques, comme celui de la perspective sur la ville, ou plus généralement la structure de congruence (au sens premier d'une superposabilité, modèle de toute expérience de répétition géométrique). Dans le *Pacidius Philalethi* (1676), le modèle de la connaissance «déterminée» procédant *ex datis* est encore la Géométrie en tant qu'elle permet de trouver la *via* conduisant à un objet à partir des conditions suffisant à le déterminer [A VI, 3, 531, 16-20].

³⁴ Determinatum est quod ex datis describi potest vel determinatum est quod cujus considerandi ratio habetur ex datis [CG 82]. Nous donnons cette définition très générale pour rappeler que le cas de la «correspondance univoque» n'est pas le seul type de détermination (contrairement à ce qu'avancent Couturat aussi bien que Schneider). Même définition générale en A VI, 4, A, 77.

³⁵ A VI, 4, A, 515, 9-10.

De fait, le thème de l'individuation, objet de la dissertation de baccalauréat de 1663, est revenu au devant de la scène en avril 1676 dans une très intéressante «méditation» 36. L'occasion en est fournie par un dilemme : d'un côté, le principe général de «l'enveloppement» de la cause par l'effet suppose qu'une connaissance de l'une soit donnée par l'autre 37; de l'autre, les mathématiques fournissent des exemples de productions distinctes, dont les résultats sont pourtant indiscernables, ce qui contredit la thèse; Leibniz donne l'exemple d'un carré construit à l'aide de deux triangles ou de deux parallélogrammes et constate «qu'aucun des deux ne pourra être distingué de l'autre d'aucune manière, pas même par le plus sage». Si le premier principe apparaît comme assuré, il faudra donc concéder qu'il opère également dans les productions mathématiques; elles devront être considérées à la manière de productions matérielles et ne comporteront donc pas de réels indiscernables; si, en revanche, c'est la seconde thèse qui triomphe, il en résultera que la seule manière de discerner des objets indiscernables sera extérieure à leur constitution propre (par la cause):

Pour cette raison, si nous sommes d'autre part certain que l'effet enveloppe bien sa cause, il est nécessaire que le mode de production puisse toujours être discerné dans les carrés produits. D'ailleurs il est impossible que deux carrés de ce genre soient parfaitement semblables, parce qu'ils sont faits de matière ; or cette matière aura un esprit, et l'esprit retiendra l'effet de l'état antérieur. En vérité, si nous ne reconnaissons pas qu'il est impossible que deux choses soient parfaitement semblables, alors le principe d'individuation est à l'extérieur, dans sa cause. Et dans ce cas l'effet n'enveloppe pas sa cause selon sa raison spécifique, mais selon une raison individuelle, si bien qu'une chose ne diffère pas d'une autre en soi [A VI, 3, 491; trad. fr. R 21].

Nous ne nous préoccupons pas pour l'instant de la question directrice, sur laquelle il nous faudra revenir longuement³⁸. Dans notre perspective, le plus intéressant est d'abord la manière dont est posée cette question : la connaissance mathématique semble, en effet,

³⁶ Meditatio de principio individui (1^{er} avril 1676) [A VI, 3, 490-491]. Auparavant, la question avait été reprise à la fin de *Confessio philosophi* (Vrin, éd. Y. Belaval, p. 105-111).

^{37 «}Nous disons que l'effet enveloppe sa cause ; ceci signifie que celui qui connaît parfaitement un effet quelconque parvient aussi à la connaissance de sa cause. Car il existe dans tous les cas une certaine connexion nécessaire entre la cause pleine et l'effet» [R 20 ; A VI, 3, 490]. On remarquera le caractère très spinoziste de la première formule, qui reprend un des axiomes de l'Ethique : Effectus cognitio a cognitione causae dependet, et eandem involvit, d'autant qu'il était précédé d'un autre rappelant la nécessité d'une cause déterminée : Ex data causa determinata necessario sequitur effectus, et contra, si nulla detur determinata causa, impossibile est, ut effectus sequatur [axiome IV et III ; G II, 46]. Nous avons vu que cet axiome a un rôle fondateur dans la théorie générale du signe exposée par le Quid sit idea ?

³⁸ On notera néanmoins que ce raisonnement est censé montrer que la matière n'est pas homogène et que l'alternative est donc déjà tranchée (en 1676) : «ce raisonnement est très beau. Il prouve que la matière n'est pas homogène et que nous ne pouvons pas penser ce par quoi elle diffère, si ce n'est par l'esprit. Le plus profond de notre esprit est présent à lui-même et à la matière. Rien par suite ne peut être introduit dans l'un ou l'autre, que nous ne puissions comprendre d'une manière ou d'une autre. Ce principe est d'une grande importance» [R 21. Nous soulignons].

incapable de fournir une claire distinction entre les résultats d'opérations pourtant intuitivement distinctes. De fait, de nombreux textes insistent sur le fait que les objets indiscernables sont des objets abstraits tels qu'on les trouve dans les mathématiques. Or Leibniz donne alors ce qui lui semble au principe du dilemme et va beaucoup en atténuer la force : si les différents résultats ne permettent pas de découvrir leur cause, c'est moins par une impuissance constitutive des mathématiques, que «parce que le problème n'est pas déterminé» (quoniam problema non est determinatum)³⁹. Réciproquement, «si nous sommes certains que l'effet enveloppe sa cause, il est nécessaire que le mode de production puisse toujours être discerné (discerni) dans les carrés produits». On voit que l'alternative n'est pas aussi tranchée qu'il y paraît. Se dessine même ici en creux l'idéal d'une vraie mathématique dans laquelle il serait possible de rapporter tout objet aux processus de sa genèse effective comme determinatio. Sous cette perspective, une double tâche attend celui qui s'intéresse à la mathesis dans le cadre d'une réflexion philosophique générale : existe-t-il tout d'abord des classes de problèmes parfaitement déterminés, c'est-à-dire qui seraient en accord avec le principe général de causalité, auquel Leibniz parvient dans ces recherches de physique? Peut-on isoler ainsi un domaine des mathématiques qui serait en accord avec la vraie physique et, à terme, avec la vraie métaphysique ? Si oui, peut-on ensuite envisager de généraliser ce modèle dans d'autres champs de la mathesis?

Ces questions résonnent singulièrement avec les recherches menées sur la géométrie à cette époque. Il ne semble d'ailleurs pas indifférent que soit alors avancé l'exemple de la construction de figures élémentaires, comme le carré. Très tôt, on le sait, Leibniz s'est persuadé qu'il fallait pousser plus loin le travail d'Euclide et entreprendre une «démonstration des axiomes». L'entreprise s'insérait tout naturellement dans le projet encyclopédique et fut l'objet, dès 1670-71, de tentative de réécriture des éléments de la géométrie⁴⁰. Cette réforme, fortement influencée par Hobbes, exigeait que les objets définis ne le soient plus, autant que possible, nominalement, mais réellement et donc au moins génétiquement. On pouvait ainsi envisager de réduire les définitions les unes aux autres en livrant un mode de constitution des objets qui permettrait de produire certaines propriétés posées d'abord comme axiomes. L'exemple paradigmatique est la fameuse démonstration de l'axiome : «le tout est plus grand que la partie» par définition génétique de la relation d'inégalité comme équivalence à une partie d'un tout, que Leibniz reprendra tout au long de son œuvre. Dans la géométrie pure, la tâche n'était pas aisée à réaliser parce qu'elle

³⁹ A VI, 3, 490, 23.

⁴⁰ A VII, 1, 3 (1671); Characteristica geometrica (1673) [A VII, 1, 109].

supposait notamment de fournir des définitions génétiques d'éléments pourtant réputés simples, dont l'exemple privilégié est la «droite» euclidienne. Or, à l'époque où est écrite la «méditation sur le principe d'individuation», cette question a trouvé une réponse relativement satisfaisante, dont Leibniz ne se départira plus : ce qui permet de définir un objet géométrique génétiquement est précisément la determinatio. Ainsi la droite apparaîtelle comme «la trajectoire qui soit la plus simple, par conséquent la plus brève» – définition traditionnelle qui a l'inconvénient de supposer une notion de distance et à quoi il faut donc ajouter : «et qui soit déterminée au sens où chacun de ses points est le seul dans la situation qui est la sienne» (ita ut omnia in ea sumta puncta sint sui semper situs unica)41. On voit ici le rôle fondateur que tient la notion de «détermination»; elle est d'ailleurs un des motifs permettant d'isoler la structure générale de «correspondance»⁴². Il est d'ailleurs remarquable que Leibniz, exposant son projet de «caractéristique géométrique» à Huygens, identifie analyse et voie *déterminée* : «Mais cette nouvelle caractéristique, suivant des figures de vue, ne peut manquer de donner en même temps, la solution et la construction, et la démonstration géométrique, le tout d'une manière naturelle. Et par une analyse, c'est à dire par des voies déterminées»⁴³.

Il ne saurait s'agir de retracer ici le détail des essais de «caractéristique géométrique», mais de porter la remarque suivante : au moment où est engagée l'étude sur la mathesis universalis, Leibniz a déjà isolé le mode de constitution des objets simples en mathématiques comme determinatio. Parallèlement, il a rapproché cette question de celle de la distinction et de l'individuation, qui le préoccupe alors dans le passage de la mathesis à la physique et à la métaphysique. Définir la mathesis universalis comme la science qui traite de l'articulation de la «détermination» avec la «production», revient donc à lui donner le

⁴¹ Vers 1676 [CG 67]; même définition en [CG 313]. Cela permet une très intéressant réinterprétation de la définition euclidienne selon laquel la droite «tient le milieu» entre ses points [CG 72-73]. Sur le lien avec les définitions réelles, voir la note 5 p. 249 [CG 249].

⁴² Cet aspect apparaît remarquablement dans un fragment sur la caractéristique géométrique de 1679 dans les différentes définitions de la *droite*. Ainsi «un point A se mouvant d'un point B vers un point C de la manière la plus simple, autrement dit d'une manière déterminée par ces deux seuls points, le mouvement se fera en ligne *droiten*/«Le point A se déplaçant de B vers C, si toutes les places sont par là même univoquement déterminées (simpliciter determinata), on dira qu'elles sont toutes sur une droiten. Or ces deux définitions avaient été précédées d'une autre, remarquable : «S'il est possible, sur deux lignes 1A2A3A etc. et 1E2E3E etc., d'établir de proche en proche entre les points A et E une correspondance réglée telle que, dès que deux A coïncident avec les deux E qui leur correspondent, les autres points coïncident nécessairement avec leurs correspondants de façon à obtenir une seule et même ligne, cette ligne sera nommée droite» (Essais pour réduire quelques axiomes et propositions d'Euclide aux caractères [respectivement CG 75, 77 et 73]). Comme l'on voit, la détermination permet ici d'isoler la structure d'un morphisme d'ordre (ordine respondentia). Cette structure générale est ensuite présentée clairement comme telle [CG 119 et la note 12] et [CG 189]. Voir également [A VI, 4, A, 72] et Elementa nova matheseos universalis [A VI, 4, A, 515, 7 sq].

⁴³ CG 258. Nous soulignons.

pouvoir de résoudre le problème directeur de toute caractéristique réelle : comment atteindre et exprimer les éléments simples 44 ? Certes, la mathesis universalis s'en tient, sous sa forme traditionnelle, aux choses mesurables, mais elle n'en fournit pas moins un modèle logique fondateur 45. Ainsi faut-il rappeler que le grand fragment de 1679 sur la Caracteristica geometrica commence par établir le privilège des caractères exacts qui mettent en évidence le plus grand nombre de relations entre objets. Au premier rang figurent ceux de l'arithmétique et de l'algèbre, qui les exhibent toutes ; dans ce cas, disait Leibniz, «il n'y aura rien dans l'objet que les caractères ne permettront de saisir». L'algèbre sert de modèle pour la constitution de toute caractéristique en tant qu'elle permet d'exhiber toutes les relations de l'objet qu'elle vise et, en conséquence, de le déterminer. Tel sera le privilège de la mathesis universalis, dont nous verrons qu'il se retrouve tel quel dans la version achevée de notre analyse.

c. Operatio

A côté de la structure relationnelle (ou determinatio), l'autre pôle de la description de la mathesis universalis est bien évidemment l'opération ou, plus généralement, la «production». Il faut s'y attarder un peu, car elle est source de malentendus, notamment à cause de l'image écrasante du calcul comme opération sur des signes qui vient régulièrement s'y substituer. A première vue, la production comme suite d'opérations exactes est, en effet, la simple reconfiguration des «rapports et proportions» sous la forme plus générale d'un «calcul». Elle correspondrait donc parfaitement au développement de la mathesis universalis en tant qu'associée à la nouvelle algèbre. Leibniz, ayant établi la structure relationnelle fondamentale tant au niveau des objets (égalité) qu'au niveau des énoncés (détermination) les mettrait vis-à-vis de ce que les Regulae appelaient les «comparaisons complexes», mais en insistant plus que Descartes ne l'avait fait sur le rôle tenu par le symbolisme. Or ce n'est pas tout à fait la voie suivie par l'analyse. Ici encore, les nuances ne sont pas sans importance pour comprendre le type de problème que se pose

⁴⁴ On pourra noter à ce propos qu'apparaît dans ce contexte l'idée d'une *species monadica*. Ainsi, dans les commentaires sur Wilkins, la définition de l'individu monadique se fait-elle par l'unicité, elle-même rapportée à un système relationnel d'identité formelle : **Individuum** est nomen quod ad unicam rem excogitatum est/**Species** monadica est, cujus unicum est individuum [A VI, 4, A, 31 (entre octobre 1677 et mars 1686?)].

⁴⁵ On trouve une pleine confirmation de cet aspect «logique» dans de nombreux textes consacrés, à cette époque, à la méthode de résolution des problèmes et au classement des quaestiones, cf. A VI, 4, A, 8 (1677-1678?): où Leibniz distingue les questions complètes et incomplètes (quaestiones completae apud Logicos incompletae, apud Geometras problemata appelantur); A VI, 4, A, 84-85: sur la nécessité d'une détermination, étant donnée l'infinité des propositions possibles dans un système théorique. Voir surtout la Methodus solvendi problemata (1680?) [A VI, 4, A 375 sq.].

Leibniz et que ne pouvait pas se poser une réflexion appuyée sur la seule *comparatio*. De fait, la «production», outre qu'elle est présentée à l'occasion comme synonyme de la construction, est caractérisée d'une manière très générale comme un *modus operandi*⁴⁶. Elle a donc, avant tout, le sens trivial d'une production de résultat faite d'une manière réglée. En écrasant cette définition sous la seule opération algébrique, au sens moderne du terme, on risque donc de perdre sa signification première. Car cette «manière d'opérer» peut se déployer, dans le domaine des grandeurs, aussi bien par la *construction* que par le *calcul*⁴⁷. Le «calcul» renverra donc ici, non à l'opération elle-même, mais d'abord à l'utilisation de *caractères* représentant les données à construire et sur lesquels il est possible de travailler momentanément hors de l'intuition donnée.

Outre l'intérêt philosophique que porte la claire distinction de l'opération et du calcul, il faut insister sur le danger qu'il y a à gommer trop vite le pôle constructif de l'algèbre classique et la question centrale – d'ailleurs assumée comme telle – de la traduction du calcul dans la construction (et réciproquement). Contrairement à ce que laisse souvent croire la lecture récurrente, le calcul algébrique ne se trouve pas valorisé du fait qu'il peut se déployer hors de toute référence à l'intuition géométrique. Comme nous l'avons vu, une telle conception existe, mais fait l'objet d'un débat au titre de la mathesis universalis entre plusieurs philosophies des mathématiques, dont le plus célèbre est celui qui oppose Wallis à Hobbes et Barrow. C'est d'ailleurs sur ce front que Leibniz lui-même mène sa bataille contre les «cartésiens» comme Prestet et Malebranche, qui tiennent le rôle de l'intuition géométrique pour négligeable et défendent un modèle de mathesis universalis purement symbolique. Mais c'est également dans ce contexte qu'est justifiée la nécessité d'un calcul du situs (et non, comme on le croit trop souvent, sous un programme naïf et secrètement pythagoricien dans lequel toute chose pourrait être susceptible d'un calcul). De fait, la nécessité de traduire le calcul dans la construction, plutôt que de travailler sur la construction directement, malgré ses nombreux avantages, est une des difficultés portées par l'algèbre en géométrie : «Lorsque nos caractères nous auront fourni, une fois pour toutes, la démonstration des Éléments, il sera facile d'apporter aux problèmes des solutions indiquant, sans autre travail, les constructions et des démonstrations graphiques immédiates ; les Algébristes au contraire, ayant trouvé la valeur des inconnues, doivent encore s'occuper des constructions et ayant trouvé les constructions, chercher les démonstrations

⁴⁶ A VI, 4, A, 317, l. 8. Voir également les corrections portées par Leibniz sur la première version.

⁴⁷ *Ibid.* l. 10-12.

graphiques»⁴⁸. La possibilité d'étendre le calcul, fondement d'une «nouvelle» mathesis universalis, ne consiste pas, comme on le dit parfois, à créer une science purement symbolique, mais à reverser la part constructive de la géométrie dans le calcul lui-même – ce qui est bien le sens le plus fort d'une logica imaginationis. On en trouve pleine confirmation au principe d'un traité de Mathesis universalis que Leibniz projetait de donner et qui fait de la question de la traduction entre calcul et géométrie un de ses fils directeurs⁴⁹.

Il y a donc une dualité interne au déploiement de la mathesis universalis, y compris sous sa forme étroite de science universelle des quantités. Deux raisons commandent de s'y arrêter : d'une part, la tentation est grande de lire les développements qui vont suivre en entendant par algèbre une science purement symbolique, que Leibniz aurait valorisée au titre de son «formalisme» et qu'il associerait naturellement à la possibilité d'une connaissance «aveugle». Comme nous y avons déjà insisté, et comme l'étude précise de la mathesis universalis le confirme désormais, cette distinction tranchée du calcul algébrique et de l'intuition géométrique est contraire à l'inspiration directrice de la réflexion leibnizienne. Il y a assurément, depuis les années 1670, un mouvement profond de défense de la «Symbolique des modernes» - où doit s'entendre la mathesis universalis de Wallis opposée aux attaques répétées de Hobbes (et Barrow). Mais il ne s'agit pourtant pas de valoriser le symbolique comme tel, comme l'avait fait Wallis : tout l'effort des années parisiennes est, à l'inverse, de donner un réel fondement au déploiement des signes arbitraires. D'autre part, il faudra garder en mémoire que c'est la possibilité d'établir un autre mode de traduction de la géométrie et du calcul qui commande la nécessité d'une réforme de la mathesis universalis et non la volonté de construire un pur calcul symbolique opérant sur le situs.

Comment s'associent dans la *mathesis universalis* le calcul et la construction ? La réponse est claire : «L'opération peut donc être établie assurément, de telle sorte que de nombreuses choses puissent être effectuées en se tournant vers les caractères, et tout en dernier vers la chose elle-même, si bien que, quand il faut enfin l'aborder, peu de choses restent à faire. Ainsi, si nous trouvons la valeur en nombres d'une certaine ligne recherchée,

⁴⁸ CG 149. Nous soulignons. La suite précise : «Il est donc étonnant que personne n'ait observé que l'existence de démonstrations et de constructions graphiques expurgées de tout calcul et beaucoup plus succinctes, doit comporter l'indication immédiate d'une solution graphique. Car la synthèse graphique implique tout autant l'existence nécessaire d'un retour que la synthèse algébrique. La raison ayant empêché la découverte d'une analyse graphique réside seulement dans le fait qu'on n'a pas encore inventé de caractères capables de représenter directement la situation des points et qu'il est difficile de sortir d'affaire sans leur aide en présence d'objets multiples et intriqués».

⁴⁹ Praefatio, notamment : «Je ne pense pas, en effet, que la manière dont on explique habituellement le mode de traduction de la géométrie dans le calcul soit satisfaisante, ou en retour de revenir aux constructions à partir du calcul» [GM VII, 50].

il est manifeste que la longueur trouvée devra seulement être rapportée à quelque échelle, pour que la Construction, c'est-à-dire l'opération en lignes soit achevée. C'est pourquoi les caractères doivent être institués de telle sorte que par eux puissent être connues les constructions mêmes et que les plus commodes d'entre elles soient sélectionnées»⁵⁰. A nouveau, l'intérêt de ces réflexions est moins d'apporter des éléments profondément originaux pour la compréhension de la pratique mathématique de cette époque, que de rendre explicite des gestes qui se sont dits d'abord dans un vocabulaire ancien. Il est parfaitement évident que l'émergence de l'algèbre symbolique a marqué un seuil dans l'histoire des mathématiques (et qu'elle a entraîné avec elle un nouveau langage de la science); il est également évident que cette algèbre symbolique a connu une évolution décisive, et justement célébrée, non pas de se trouver appliquée à la géométrie, comme on le croit parfois, mais au contraire de s'être détachée d'une manière trop restrictive de s'y rapporter – ou encore, de se constituer en science à part entière. Sous cette perspective, l'algèbre de Viète apparaît comme encore très adhérente à la construction : elle travaille longuement l'équation pour la préparer à exprimer des proportions acceptables, qui restent intuitivement géométriques. Le «calcul géométrique» de Descartes, même s'il en élargit considérablement le champ, reste également étroitement dépendant de cette construction qui ouvre l'exposé de la Géométrie et permet rien moins que la distinction des «genres de courbes». Un pas décisif est assurément franchi, comme on l'a vu, lorsque l'intelligibilité propre du calcul n'est plus référée au seul pôle constructif. Le critère de la «simplicité» est alors rapporté directement à la saisie du problème et de ses modes de résolutions – modalité qui est proprement algébrique. Mais le réquisit technique de cette méthode reste néanmoins la possibilité de «traduire» n'importe quelle opération par un rapport entre lignes (deux dans les Regulae, puis une seule dans la Géométrie). La force de la conception leibnizienne est de distinguer ici, dans le détachement du calcul sur la construction, une nouvelle conception de la méthode comme articulation de l'analyse et de la synthèse, en même temps qu'un rôle nouveau des caractères. S'indique alors un chemin qui conduit de l'algèbre à la méthode (pôle de la question et de ses modes de résolutions) par l'institution plus ou moins «commode» des caractères (pôle de la caractéristique) – ce dernier aspect n'étant pas apparent chez les prédécesseurs de Leibniz. Le détachement du calcul de la construction que permet l'usage des caractères ouvre, en effet, la question de leur choix en tant qu'ils «traduisent» plus ou moins bien les constructions. Cette ouverture relance la question de la «méthode d'invention», comme rapport de la mathesis universalis à l'analyse, et donne le

⁵⁰ A VI, 4, A, 317.

thème général de la version achevée : étudier le fonctionnement de l'art caractéristique dans la mathesis universalis.

Aussi faut-il se garder, à nouveau, de projeter ici des évidences qui sont les nôtres, notamment dès qu'il s'agit de penser le calcul. On peut d'ailleurs faire fond sur les analyses qui précèdent pour indiquer certaines nuances de la pensée de Leibniz que la lecture récurrente est condamnée à manquer. Ainsi, lorsque le fameux texte des «Fondements du calcul rationnel», si souvent rappelé, nous indiquait que «Le CALCUL ou OPÉRATION consiste à produire des relations par des transformations de formules», il ne disait pas qu'il n'y a d'opération que sous la forme du calcul, mais que dans le cadre du calcul rationnel, calcul et opération s'identifient pleinement. Cette thèse est immédiate puisque le calcul logique n'a pour objectif que de transcrire des raisonnements formels (au sens des arguments in forma). D'une manière générale, il n'y a pas de différence entre calcul et opération dans un système de calcul logique où les arguments concluant par la force de la matière ne nous sont pas encore disponibles (faute d'une analyse des notions achevée). Mais pour apposer ici l'étiquette de «formalisme», il faudrait encore vérifier que c'était là le seul sens donné à l'opération et notamment en mathématiques. Dans ce cas, assurément, toute opération mathématique se réduirait à une simple transformation sur des signes, conformément à la doctrine avancée par Hilbert. Or on sera déçu à mener cette enquête en dehors du calcul abstrait (in abstracto), puisque Leibniz, comme ses contemporains, relie également le calcul mathématique à un pôle constructif auquel il doit venir s'affronter en dernière instance (quitte à y constater son caractère aveugle) ; de même s'interroge-t-il régulièrement sur la manière dont ils peuvent se traduire l'un dans l'autre. Cet aspect n'est pas sans importance pour notre étude, puisqu'il s'agit d'un des motifs de son refus du calcul purement symbolique que les «cartésiens» défendent alors au titre de la mathesis universalis⁵¹. Cette opposition accompagne d'ailleurs naturellement la critique que fait porter Leibniz à la même époque contre une connaissance par caractères qui ferait l'économie de la question de la réalité-possibilité des objets décrits, si bien que nous avons ici un des foyers de la constitution de la nouvelle «logique». Contrairement à ce que l'on croit parfois et conformément à l'orientation engagée lors de la critique de la théorie cartésienne dès 1675, la connaissance par symboles, telle que la pratique le calcul, est loin d'être valorisée comme

⁵¹ On gardera en mémoire la critique, déjà citée, contre Prestet. Ce dernier n'a pas vu, d'après Leibniz, que l'intuition géométrique éclaire l'esprit «en lui apprenant la construction du problème, ou le moyen de trouver dans la nature ce qu'il cherche», ou encore que les objets «sont quelque chose de véritable et de réel» (Remarque sur les Éléments des mathématiques de M. Prestet (janvier 1676) [A VII, 2, 803-804] et ci-dessus [V, B 3.2 d]. L'opposition de la construction et du calcul algébrique est un leitmotiv des critiques de Leibniz, cf. Lettre au Père François De La Chaise [A III, 3, 190 sq.].

telle. Ainsi Leibniz peut-il bien dire : «L'inconvénient de la méthode caractéristique est qu'au cours d'une opération, en d'autres termes, dans un calcul, l'esprit n'a pas l'idée de l'objet qu'il est en train d'étudier»⁵².

Un texte contemporain de l'étude sur la mathesis universalis indiquera très clairement ce rapport, plus nuancé qu'on ne le croit trop souvent, au calcul et de la place qu'il devait tenir dans les projets encyclopédiques. Dans le De encyclopedia nova conscribenda⁵³, Leibniz se demande en effet quel ordre il faut suivre pour exposer l'encyclopédie. Cet ordre, nous dit-il, ne doit pas être euclidien, parce qu'il ne sert à rien de contraindre trop l'esprit, lorsque cela n'est pas nécessaire. Aussi faudra-t-il joindre à la rigueur démonstrative, les lumières de l'invention : inventionis lux et demonstrandi rigor. On reconnaît ici l'intérêt constant pour la dimension heuristique de la méthode. De ce point de vue, deux instruments apparaissent comme nécessaires, qui se retrouveront d'ailleurs dans l'étude de la mathesis universalis: les Tables (ou Inventaires) et les Schémas (ou Figures). Les premiers manquant à l'appel (Haec lux etiam in Mathematicis desideratur), Leibniz s'attarde plus sur les seconds et apporte des explications intéressantes sur leur statut : dans la mesure où les Schèmes ou Figures servent ici de simples «aides» pour l'invention, ils ne sauraient être nécessaires sans interférer avec le processus purement conceptuels. Aussi faut-il pouvoir se passer de cette aide de l'imagination⁵⁴. Or quelle conclusion Leibniz tire-t-il de ce constat? Que l'on ne saurait avoir recours au *calcul* algébrique pour écrire les éléments de la science : in constituendis Scientiae cujusque Elementis a calculo Algebraico est abstinendum⁵⁵.

Le point notable de cette argumentation est que Leibniz y passe sans transition d'une réflexion qui portait sur les figures (ou les Schémas), c'est-à-dire sur le rôle de l'imagination à un rejet du calcul algébrique. En ce lieu, la lecture obnubilée par le rôle du «calcul aveugle», permettant de pallier les défauts de l'intervention de l'imagination, trouve une limite de fait non négligeable : Leibniz répète invariablement que le calcul, en tant que tel, relève de l'imagination et qu'il faut donc pouvoir s'en passer dans une théorie purement

⁵² CG 48; LH XXXV I, 26, feuillet 5. Date à déterminer.

⁵³ A VI, 4, A, 342.

Nempe propositiones et propositionum demonstrationes ita concipiendae sunt, ut totae legi atque intelligi possent etiamsi schemata abessent. Adjicienda est tamen in parenthesibus, perpetua ad literas schematis remissio. Posterius necessarium est ad juvandam imaginationem. Sed prius necessarium est ad juvandam mentem, parandosque conceptus distinctos, atque animum ab imaginibus abducendum: ut discamus etiam invenire sine schematibus sola vi animi, et ut appareat demonstrationis efficaciam non pendere a figurarum ascriptarum delineatione [A VI, 4, A, 342-343].

⁵⁵ Voici le passage dans son entier: Eandem ob causam demonstrationes etiam sine calculo algebraico perfici debent, etsi enim ille summi sit usus, et a me maximi fiat, et in iis quae aliter extorquere non possumus necessarius sit, tamen abstinendum eo est, quotiescumque veritates naturali quadam ratione demonstrari possunt, quae per ipsas rerum ideas animun ducit. Itaque in constituendis Scientiae cujusque Elementis a calculo Algebraico est abstinendum [A VI, 4, A, 343].

déductive, au même titre que des Figures ou Schémas⁵⁶. Le préjugé moderne selon lequel un calcul formel est purement conceptuel sous prétexte qu'il est purement symbolique est un des obstacles principaux à la compréhension de la réflexion menée par Leibniz sur les «pouvoirs de l'algèbre». C'est pourquoi nous avons beaucoup insisté sur cette distinction du symbolique et du formel chez Leibniz. Car la coïncidence des deux aspects ne vaut de droit que dans le cas du «calcul rationnel» dont l'objectif est précisément de retranscrire un pur raisonnement in forma sous la forme d'une suite de caractères. Mais cette capacité ne se transfère pas ipso facto à tout type de calcul. Dans les textes qui nous occupent, il apparaît très clairement que les pouvoirs du calcul symbolique sont étroitement dépendants de la possibilité de traduire les caractères dans des constructions. Or cette «traduction», encore faut-il en comprendre le fonctionnement.

2.2. Le statut des caractères dans la mathesis universalis

En quel lieu nous mènent les trois versions préparatoires que Leibniz avait entreprises ? Très exactement à cette déclaration où s'établit la fonction de la science «supérieure» à la mathesis universalis : «les caractères doivent être institués de telle sorte que par eux puissent être connues les constructions mêmes et que les plus commodes d'entre elles soient sélectionnées». Phrase anodine en apparence, mais où se dévoilent pourtant les lignes de force de l'art caractéristique et la vraie nature de sa «supériorité» par rapport à la mathématique universelle : non seulement les caractères ne valent pas pour leur pouvoir abréviateur, ni même pour leur fonction simple de représentation (représenter des «choses»), puisqu'ils doivent indiquer «les constructions mêmes» d'objets (plus généralement, leur modi operandi ou des règles)⁵⁷; mais surtout, le dispositif du calcul symbolique n'épuisera pas le travail d'analyse dans une synthèse achevée puisqu'il ouvre au contraire la possibilité de sélectionner le meilleur mode de production, donc la meilleure expression possible de la synthèse (et réciproquement la meilleure manière d'analyser en tant qu'elle laissera ces possibles ouverts). La bonne analyse mathématique suppose donc l'appui d'un travail propre à l'art caractéristique.

⁵⁶ Ansi la lettre à Gallois de septembre 1677 met-elle sur le même plan les tracés de la géométrie et les opérations de l'arithmétique au titre du fil sensible : «La véritable méthode nous doit fournir un *filum Ariadnes*, c'est-à-dire un certain moyen sensible et grossier, qui conduise l'esprit comme sont les lignes tracées en géométrie, et les formes des opérations qu'on prescrit aux apprentis en Arithmétique» [A II, 1, 381; GM VII, 22].

⁵⁷ Même définition dans le fragment contemporain *Caracteristica geometrica*: «Les Caractères sont des objets exprimant les relations entre d'autres objets, plus facile à manier qu'elles» [CG 143].

D'où l'importance du détachement relatif du calcul sur la construction, dont Leibniz perçoit la signification profonde : non pas qu'il autorise la forme à se déployer par sa seule force, sans avoir jamais à se référer à un contenu intuitif – ce qui semble ne valoir que dans les limites de ce que Leibniz appelle le calcul in abstracto – mais bien plutôt d'ouvrir la question de la variation des formulations d'un même contenu et donc des modes de production qu'il induit. Faute d'être attentif à cette position du problème, on se rend incapable de comprendre en quoi la Caractéristique pourrait être tantôt une science des formules, tantôt une science de eodem et diverso rapprochée de l'art combinatoire⁵⁸. Nombre de malentendus trouvent dans ce manque d'attention leur origine : car l'art caractéristique ne fait pas valoir sa supériorité par rapport à la mathématique du seul fait qu'il permet de formuler «abstraitement» ses problèmes et ses théorèmes, ni même du fait qu'il traite de «structures» plus générales (comme celle du même et du différent) qu'il suffirait ensuite d'interpréter dans tel ou tel domaine. C'est la force de Leibniz d'avoir compris très tôt que la transparence supposée du symbolisme doit d'abord affronter la difficile question de l'expression comme telle et de sa structure propre. Face à cette difficulté, il fait valoir que la comparaison des formulations, prise abstraitement, exhibe d'elle-même des invariants («la forme des choses») et qu'elle permet donc d'évaluer la capacité expressive de tel ou tel symbolisme en fonction de sa capacité à exhiber des invariants plus ou moins riches (un invariant étant d'autant plus riche qu'il permet la distinction). C'est dans ce cadre général de comparaison que la dépendance de l'algèbre à l'art caractéristique prend son sens⁵⁹.

Or la lettre à Gallois, et ses échos dans les lettres à Foucher ou à Mariotte, nous ont indiqué que ce dispositif gnoséologique de la connaissance *per partes*, qui opère comme les points de vue sur la ville, trouve son premier modèle dans le calcul algébrique. De fait, l'exemple le plus simple et le plus probant de la variation des expressions est, comme Leibniz y insistera régulièrement, celui des chiffres romains et arabes qui expriment les relations entre nombres de manière plus ou moins commode. Or, dans ce cas, ce sont bien les expressions qui varient et non les interprétations : «Mais il faut savoir qu'il y a différentes façons, plus ou moins commodes, de traduire en caractères les mêmes objets.

⁵⁸ «L'art des combinaisons (...) signifie chez moi, autant que la science des formes ou formules ou bien des variations en général ; en un mot c'est la Spécieuse universelle ou la Charactérique (sic). De sorte qu'elle traite de eodem et diverso ; de simili et dissimili ; de absoluto et relato» (*De l'horizon de la doctrine humaine*, éd. Fichant, p. 35-36).

⁵⁹ Ars formularia, quae agit de eodem et diverso, simili ac dissimili, id est de formis rerum, abstrahendo tamen animum a magnitudine, situ, actione. Huc pertinent formulae formularumque comparationes, et ex hac arte pendent multae regulae quas Algebristae et Geometriae in usum suum transtulerunt, tametsi non tantum circa magnitudines sed et circa alias considerationes locum habeant (De encyclopedia nova conscribenda [A VI, 4, A, 346]).

Rien n'interdit par exemple de dessiner un corps en perspective sur une surface bosselée, bien que l'utilisation d'une surface plane prévale ; qui ne voit d'autre part, même si les anciens chiffres Grecs et Romains permettent également de faire des calculs, que les chiffres Arabes ou Indiens utilisés aujourd'hui y sont plus adaptés ?»⁶⁰. L'art caractéristique n'a donc pas pour unique tâche de donner le règlement général des formules abstraites, mais également de faire varier et de comparer les formulations des «mêmes objets» – et c'est pourquoi d'ailleurs il ne relève pas des mathématiques proprement dites, mais d'une sphère d'intelligibilité qui lui est propre. C'est en ce sens qu'il constitue son domaine d'abstraction.

La «méthode d'invention», où Analyse et Synthèse (ici «Combinaison») sont placées sous la dépendance de l'«art caractéristique», est profondément renouvelée par cette conception. Elle cherche en effet à trouver («inventer») la détermination plus ou moins exacte (ou distincte) des objets d'un champ mathématique donné. Or il appert désormais que cette détermination est dépendante du symbolisme choisi puisqu'elle sera plus ou moins aisée en fonction du mode d'expression choisi. La «dépendance» de la mathématique (ici universelle) à la caractéristique, maintes fois rappelée par Leibniz, n'opère donc pas du tout dans le seul sens où on l'entend généralement : il ne s'agit pas ici de dire que l'algèbre peut être dérivée de l'art caractéristique – au sens où des règles de transformations opératoires permettraient de former à partir d'une logique symbolique générale les formules algébriques ordinaires⁶¹ –, mais pas plus que cet art déploierait sa puissance en donnant simplement une formulation symbolique aux problèmes de cette science. C'est dans le cadre de la diversité des modes d'expression que la question de la meilleure construction prend ici son sens. Or cette question de la meilleure expression (des productions-opérations) est une question de pure caractéristique. La mathesis universalis dépend donc de la caractéristique au sens premier où cette dernière prend à charge la diversité des modes d'expression possibles et la question de savoir si l'un ou l'autre est mieux adapté.

On prendra alors garde que, dans ce cas, le calcul n'opère pas *in abstracto* : la question de l'*adaptation* du symbolisme à une classe de problèmes n'a aucun sens si n'est pas donnée, au moins à titre de champ à explorer, une *interprétation* du calcul (ici les choses mesurables ; plus généralement, les *imaginabilia*). Aussi faut-il se garder de croire que le calcul abstrait auquel on peut éventuellement parvenir opère à la manière d'un fondement –

 $^{^{60}}$ CG 145. La suite étend évidemment cet exemple au cas de la traduction de la géométrie dans le calcul algébrique, qui oblige à des grands circuits et demande que des Eléments soient déjà démontrés.

⁶¹ Ce qui ne veut pas évidemment dire que Leibniz n'a pas également mené des recherches dans cette direction. Cela dit, on prendra garde que, même dans ce cadre, la dépendance ne sera pas du calcul logique au

de même qu'il ne suffira pas de lui donner telle ou telle interprétation pour retrouver les théories de départ. Toute la difficulté est ici de maintenir à la fois le caractère heuristique des méthodes combinatoires, qui s'effectuent dans le détachement relatif au champ d'objets, et la possibilité de les «traduire» (ou de les interpréter) ensuite dans le champ : c'est précisément en ce lieu que vont intervenir les caractères en tant qu'indicateurs de relations. En effet, le fait qu'ils réfèrent à des productions garantit l'interprétation du calcul, mais le fait que l'on puisse les combiner de différentes façons ouvre la possibilité d'une variation des structures opératoires elles-mêmes. L'exemple récurrent apporté par Leibniz est celui du «calcul géométrique», paradigme cartésien de la mathesis universalis : les modes de combinaisons algébriques permettent des constructions pour des classes de problèmes, mais ces constructions ne sont pas toujours les mieux adaptées au problème ; ainsi peut-on envisager un calcul qui donnerait plus directement certaines de ces considérations, par exemple sans subordonner les constructions à la détermination préalable d'une mesure. Sous ce constat, on peut alors former un calcul du situs qui réorganise la structure opératoire du géométrique autour de nouveaux éléments et produit éventuellement de nouveaux théorèmes.

La «méthode d'invention», qui prend son modèle dans l'analyse algébrique n'opère donc pas ici à la manière du «calcul universel» ou de la pure combinatoire : elle nécessite invariablement à côté du calcul un «fil de la pensée», que lui fournit d'abord l'intuition géométrique, puis plus généralement l'enchaînement des caractères en tant qu'indicateurs de relations (et non, comme on le croit parfois, en tant que purs symboles). Sans elle, la dialectique de l'analyse et de la synthèse inhérente au procès de la mathesis comme modèle de méthode restera, bien qu'effective, insaisissable — sauf, bien sûr, comme le proposait Descartes à titre d'une «pointe de l'esprit» qui s'aiguise par l'entraînement. Il faut insister sur ce mouvement, qui n'apparaît qu'allusivement à la fin de la troisième version, parce qu'il va constituer la thèse centrale de la rédaction achevée :

Dans les modes d'invention déjà compris, que ce soit par Analyse bien sûr ou par Combinaison, la chose exige que nous exposions des Instruments d'invention, qui se trouvent être les Caractères, et les Inventaires. Mais puisqu'il appert que les Inventaires eux-mêmes sont certains systèmes de formules, produites avec des caractères, que l'on a disposés selon un ordre approprié, il s'ensuit que la totalité de l'Art d'inventer dépend du véritable Art Caractéristique. Pour autant, nous avons déclaré ne vouloir traiter ici que des Caractères reçus dans la *Mathesis Universalis*, que l'on appelle Symboles, et de les perfectionner, si bien qu'apparaît clairement tout ce qui manque à l'Analyse reçue jusqu'à présent, et quelle grande

_

calcul algébrique puisque le premier est régulièrement distingué du second en tant qu'il obéit à la loi d'idempotence, cf. L. Couturat, op. cit., p. 320-321.

chose serait l'Art caractéristique général, dont nous donnons seulement ici des échantillons 62 .

Cette reprise tardive doit être mentionnée pour deux autres raisons essentielles : tout d'abord, on y voit que le rapport de la mathesis universalis, de l'art d'inventer et de l'art caractéristique est loin de se ramener à une simple identité, fût-elle locale⁶³. Ensuite, il faut être sensible au fait que l'intervention de la «méthode» semble ici étroitement liée à l'étude de la mathesis universalis et non, comme on aurait pu s'y attendre, aux réflexions très générales qui ouvrent la version finale. Le second moment de cette version achevée, qui traite de l'ars inveniendi et du rôle des caractères dans la mathesis universalis - selon le thème annoncé par le titre de la pièce - se recolle donc aux trois premières versions, dont il constitue le prolongement naturel. Le long prologue sur la méthode, auxquels font écho de très nombreux textes de cette période sur la «science générale», ne doit donc pas nous égarer. Gardons-nous notamment de présupposer que la réflexion sur la méthode a nécessairement commandé la réflexion sur la mathesis universalis, selon un schéma de dépendance simple du programme de scientia generalis à ses specimina⁶⁴. Les différentes versions du texte indiquent plutôt le contraire : que la réflexion sur la mathesis universalis a ouvert une approche singulière de l'ars inveniendi – la mathesis universalis rejoignant alors, plutôt qu'elle n'en découle, le projet de «science générale» ou nouvelle «Logique», dont l'organon doit être l'art caractéristique.

Car la «science générale», comme nouvelle logique, n'est pas pour Leibniz un simple calcul abstrait, elle est d'abord et avant tout un ensemble de considérations méthodologiques, dont les procédures heuristiques constituent une part non négligeable⁶⁵. De ce point de vue, l'algèbre spécieuse n'est pas intéressante seulement en ce qu'elle fournit un calcul symbolique exact, modèle de tout calcul logique, mais surtout en ce qu'elle a permis de poser la question de méthode fondamentale de la meilleure expression des

⁶² A VI, 4, A, 329. Le risque constant est d'oublier subrepticement, dans ce type de déclaration, le rôle central de l'ordre dans la formulation des propositions primitives (Inventaires) et de reverser à l'intervention des caractères seuls tout le bénéfice de l'art d'inventer. Aussi faut-il être attentif au fait que c'est ici la possibilité d'ordonner de façon adéquate (apte ordinata) les caractères qui permet la dépendance de l'ars inveniendi à l'ars characteristica. Nous retrouvons donc la distinction, à notre sens fondamentale, entre le niveau du formel – ou de la structure d'ordre – et celui du symbolique.

⁶³ Contrairement à la thèse soutenue par Couturat, op. cit., p. 295.

⁶⁴ Approche que nous avons appelée «encyclopédique» et qui a particulièrement intéressé les commentateurs – alors que la mathesis universalis y est très peu détaillée. Elle apparaît notamment à cette époque dans les Initia Scientiae generalis. Conspectus Speciminum (été à automne 1679?) [A VI, 4, A, 362-363]; voir également, plus tard, le Guilielmi Pacidii Plus ultra (avril à octobre 1686?) [A VI, 4, A, 673-677].

problèmes. Il n'y a donc pas à être surpris du caractère lointain, et pour ainsi dire «collé» du long préambule de la version finale. Il semble même que l'on puisse parler d'un collage au sens propre entre une première partie très générale sur l'art d'inventer, correspondant à une ligne de force encyclopédique et méthodologique⁶⁶, et une deuxième traitant plus spécifiquement du thème annoncé, c'est-à-dire du rôle des caractères dans la *mathesis universalis*⁶⁷. D'où deux approches opposées de ce texte : ou bien on estime, comme cela s'est généralement fait jusqu'à présent, que la réflexion encyclopédique commande toujours déjà le projet leibnizien de *mathesis universalis*, dont elle constitue un versant «ontologique» ; ou bien on pense que la réflexion sur la *mathesis universalis* vient ici se greffer sur un projet encyclopédique déjà ancien et lui donner une orientation nouvelle, qui doit nous intéresser comme telle.

Nous avons déjà donné un certain nombre d'arguments en faveur de la seconde hypothèse, notamment en rappelant pourquoi Leibniz a besoin, à partir d'un certain moment, de s'appuyer sur le fonctionnement symbolique de l'algèbre. Mais ils peuvent se soutenir d'un constat plus simple. La perspective encyclopédique est, en effet, un trait constant de la philosophie de Leibniz. Elle préside notamment aux tout premiers projets de Demonstrationes catholicae où doivent se déployer les Elementa de mente et la nouvelle Theoria motus. Or la mathesis universalis n'apparaît jamais dans ces projets. La Nova methodus de 1667, le projet de «démonstrations catholiques» de 1668-1669 et jusqu'au Pacidius Philalethi de 1676 fournissent pourtant des classifications des sciences où apparaissent déjà et le rôle moteur de l'ars inveniendi et le statut privilégié de la mathesis; mais cette mathématique a alors ou bien un sens parfaitement banal (de spatio), ou bien le sens très large de la Nova Analysis (un «art analytique universel») qui reste à réaliser et qui réapparaît d'ailleurs à la

 $^{^{65}}$ Sur cet aspect voir l'étude de F. Duchesneau, *Leibniz et la méthode de la science*, chap. I. «La méthode d'invention», notamment p. 37 sq.

⁶⁶ Voir les textes de la même période : De arte inveniendi in genere [A VI, 4, A, 79-83, n. 29] ; De usu artis combinatoriae praestantissimo qui est scribere encyclopediam [ibid, 83-86, n. 30].

⁶⁷ La version finale comprend un long préambule sur l'ars inveniendi, selon ses deux «voies», Combinaison ou Analyse (la question des Éléments étant délibérément laissée de côté: Elementa autem tantae Artis neque tradere nunc satis possum, nec vellem si possem. Demonstrationem tamen habeo successus, et quod perinde est, certam viam atque ita designatam video, ut labore complanandi tantum, et si temporis compendium quaerimus conspiratione paucorum, sit opus, p. 320, 1-4). Ce premier ensemble est caractérisé, au contraire du second, par l'insertion de nombreux petits textes, qui sont autant de variations sur les thèmes abordés, notamment celui de la différence entre esprit analytique et combinatoire. Puis une deuxième partie, annoncée dans un des texticules, s'inaugure à partir du thème du cogitandi filum (p. 324sq.). Or elle s'inaugure au point où la première partie parvient à une forme d'échec: Methodus inveniendi in universum indiget aliquo cogitandi filo, id est regula secundum quam cogitatione una ad aliam transeundum esse admoneamur (323, 10) – à quoi répond 324, 1: Methodus inveniendi consistit in quodam cogitandi filo, id est regulae transeundi de cogitatione in cogitationem. D'où l'impression de collage entre deux textes d'inspirations différentes: le second, où intervient la mathesis universalis qui donne son titre à la pièce, réglant les difficultés auxquelles s'était heurté le premier.

fin de notre texte par différence avec la mathématique universelle⁶⁸. Pourquoi Leibniz n'a-t-il pas fait fond sur la donnée de la mathesis universalis pour étayer son projet ? Notre hypothèse est qu'on pourrait y voir une conséquence de la discussion engagée à partir de la fin 1675 avec les «cartésiens» comme Tschirnhaus ou Malebranche – ardents défenseurs d'un programme fort de réduction de la mathesis universalis à l'algèbre, érigée en modèle unique de l'ars inveniendi. Suivre les différentes versions du texte permet alors de comprendre que la mathesis universalis n'est pas nécessairement dérivée de la scientia generalis, ni même d'un «art caractéristique général», qui ne valent ici qu'à titre de projets. Bien plus, la «dépendance» de l'une à l'autre – source de si nombreux malentendus – vaut déjà quand bien même aucune dérivation n'en est encore programmée. On est alors d'autant plus sensible au contexte très précis dans lequel réapparaît la mathesis universalis : «Ainsi, il est manifeste qu'il faut des caractères pour aider l'esprit, qui puissent se transposer sans peine, comme le sont les mots, notes numériques et symboles qu'utilisent les Algébristes»⁶⁹ - la suite précisant, comme on l'a vu, qu'il s'agit des caractères de la seule mathesis universalis⁷⁰. Il ne s'agit donc pas de tirer simplement prétexte de la mathesis universalis comme algèbre symbolique pour développer une réflexion générale sur la variation des expressions et le rôle de l'art caractéristique : la «mathématique universelle» se voit ici créditée d'un fonctionnement symbolique singulier et idéal. C'est ce fonctionnement qu'il nous faut maintenant comprendre en nous portant plus directement sur la deuxième partie de l'étude.

a. La représentation

Les deux idées auxquelles parvient Leibniz dans sa première analyse du rôle de l'art combinatoire ou caractéristique dans la *mathematica generalis* sont assez simples : d'une part, les caractères permettent de connaître des modes de production et engagent donc à une comparaison sur les différentes façons de construire les objets ; de l'autre, ils ouvrent des possibilités nouvelles, puisqu'une expression peut se révéler plus adaptée qu'une autre. Ainsi apparaissent-ils comme instruments nécessaires de l'art d'inventer. Or ce sont précisément les deux idées qui commandent la transition de la partie introductive de la version finale

⁶⁸ Après l'étude de la *mathesis universalis*, Leibniz indique les limites de l'analyse reçue et entreprend brièvement de montrer en quoi la nouvelle analyse doit en différer : cogor admonere aliquid de discrimine Analyseos nostrae ac passim receptae [A VI, 4, A, 329, 18].

⁶⁹ A VI, 4, A, 326: Itaque manifestum est ad juvandam Mentem opus esse characteribus, qui nullo negotio transponi possint, quemadmodum vocabula, et notae numerales, et symbola quibus utuntur Algebristae.

(sur l'art d'inventer en général) à la partie traitant plus particulièrement du thème annoncé : de l'art caractéristique dans la mathesis universalis. Le plus remarquable est d'y voir alors apparaître d'emblée on ne peut plus clairement le motif gnoséologique d'une logique de l'imagination. En effet, Leibniz s'éloigne du thème général des deux grandes directions de l'ars inveniendi, qui gouverne le long préambule sur la méthode, en tournant le regard vers le fil de la pensée, nécessaire à l'une et l'autre «voie». Or ce fil se donne sur le modèle d'une suite réglée d'images : «La méthode d'invention consiste en un certain fil de la pensée, c'est-à-dire une règle de passage de pensée à pensée. En effet, puisque notre esprit utilise des images des choses sensibles, il en résulte que, si les images sont enveloppées comme avec une certaine chaîne, il n'est pas possible que celui qui pense se trompe, dès lors qu'il reste attentif»⁷¹.

Cette situation n'est pas étonnante. Comme nous l'avons vu en étudiant les modalités selon lesquelles la logique cartésienne est critiquée en 1675-1676, la relance du procès analyse-synthèse se fait à partir d'une réflexion sur le statut des images, dont les caractères ne sont que des cas particuliers. L'unité de l'analyse et de la synthèse ne peut plus alors se donner, à la manière «cartésienne», dans le pur déploiement du concept, comme une possibilité de parcourir dans un sens une chaîne qui a déjà été parcourue dans l'autre (avec le privilège net qui est alors accordé à l'analyse, puisqu'elle permet d'inventer la série). En effet, remonter au simple ne garantit nullement la possibilité de la synthèse, y compris si elle se fait par des opérations exactes à partir d'éléments clairement et distinctement compris. On risque alors, comme il apparaît dans la première partie de notre texte, de perdre l'unité de la méthode et de devoir opposer deux types d'ingenia, analytique ou combinatoire, qui sont différentes façons de se rapporter aux images⁷². Le «fil de la pensée», qui permettrait d'unifier cette logique et dont la première partie déplorait l'absence, va répondre clairement à cette difficulté. Nous retrouvons ici, avant même d'en connaître la teneur, un des éléments fondateurs de toute mathesis universalis. Pour que le «mouvement de l'esprit» soit thématisable comme tel, il faut supposer, comme les Regulae l'avouaient encore sans peine, un espace où s'inscrit la trace de son déploiement, c'est-à-dire

⁷⁰ Characteristicen tantum Matheseos Universalis nunc quidem perfectiorem reddere satis habebo/ Professi autem sumus hoc loco Characteres Matheseos Universalis receptos, quos symbola vocant, a nobis tantum tractandos.

⁷¹ A VI, 4, A, 324, 1-6: Methodus inveniendi consistit in quodam cogitandi filo id est regula transeundi de cogitatione in cogitationem. Cum enim Animus noster utatur imaginibus rerum sensibilium, consequens est, si imagines velut catena quadam implicentur, cogitantem exerrare, dummodo attendat, non posse.

⁷² A VI, 323, notamment l. 20 sq. : Analytica ingenia sunt, quae rem praesentem diligenter examinant, omnesque partes rimantur, sed alia invenire quae adhuc quadrent, facile non possunt, nam isti ita immersi sunt praesentibus imaginibus. On notera la très belle idée que les analytiques sont immergés dans les images.

où les «rapports et proportions» sont supposés apparaître en transparence. Cet espace de transcription est donné par l'imagination. Aussi n'y a-t-il guère de surprise à voir ici intervenir au premier plan le soutien de l'imagination en tant qu'elle se laisse régler par la cogitatio.

L'enjeu n'est alors ni l'intervention des images – qui est certes dangereuse, mais semble inévitable – ni la pure déduction conceptuelle – qui semble irréprochable –, mais la possibilité d'accrocher l'une à l'autre. Tel est le problème général de ce qui va être ici appelée de son nom propre : repraesentatio⁷³. Selon les nouvelles orientations mises en place à la fin du séjour parisien, Leibniz délaisse alors le schéma trop simple où les idées correspondent directement aux éléments reliés (qui peuvent être déjà complexes) pour faire passer la correspondance entre les modes de liaisons eux-mêmes⁷⁴. C'est la «règle ou relation» qui devient alors l'élément mis en cor-respondance par le processus de représentation. D'où la définition fondatrice : «On appelle Représenter le fait de se correspondre de telle sorte qu'il soit possible de connaître un objet à partir d'un autre, même s'ils ne sont pas semblables, dès lors que tout ce qui arrive dans l'un selon une certaine règle réfère à certaines choses qui y correspondent dans l'autre»⁷⁵. Cette définition reconduit celle de «l'expression» dans le Quid sit idea ?, qui apparaissait d'ailleurs déjà comme synonyme de la représentation en général. Mais si cette très importante définition peut sembler reprendre les acquis de la réflexion sur le signe et l'expression des années parisiennes, elle prend pourtant un sens très original lorsque l'on prête attention à la manière dont la notion de règle a été ici amenée. Car le filum cogitandi que va fournir l'enchaînement des images (imagines velut catena quadam implicentur) a été présenté non comme un sujet qui où se laisseraient «voir» les rapports conceptuels, mais bien comme une règle de transformation entre pensées (regula transeundi de cogitatione in cogitationem). L'image mathématique, dont nous savons déjà qu'elle est en fait un caractère, vaut donc

⁷³ Les Regulae, malgré le rôle qu'elle accordait à l'auxilium imaginationis, tombaient dans deux difficultés que la méthode leibnizienne doit éviter : d'une part, le dispositif de représentation qui se donne de manière intuitive dans le cas de l'extensio, où le traitement symbolique est tout entier appuyé à la possibilité de récupérer une intuition géométrique, ne vaut pas de droit hors de son domaine premier d'émergence ; d'autre part, à supposer même que cet espace représentatif puisse opérer en pure transparence et nous donner directement accès aux règlements des concepts, la procédure analytique, résolutive, qui aboutit aux éléments simples n'en perdrait pas moins la continuité exigée par la synthèse. Leibniz, en posant la question du fil de la pensée, exhibe en retour un point aveugle particulièrement apparent dans les Regulae où Descartes ne parvenait à rétablir le «mouvement continu» entre les éléments préalablement disjoints que sous la forme mystérieuse d'un passage à la limite ou d'une médiation secrète par la symbolisation.

⁷⁴ De cette manière, la continuité pourra être rétablie, si nous possédons un critère distinctif intrinsèque des modes de liaison continus : ce que Leibniz appellera le «principe de continuité».

^{75 324, 10-12:} Repraesentare autem dicitur quod ita respondet, ut ex uno aliud cognosci possit, etsi similia non sint, dummodo certa quadam regula sive relatione omnia quae fiunt in uno referantur ad quaedam respondentia illis in alio.

comme indicateur de relation ou règle en tant qu'elle est elle-même «impliquée» dans un enchaînement. Le *fil de la pensée* est tout entier appuyé sur cette correspondance des enchaînements réglés d'images et des règles de production d'objets. Ce dispositif permet alors de définir le caractère comme un cas particulier de cette représentation par l'image : «j'appelle *Caractère* ce qui représente une autre chose à celui qui pense» (Characterem *voco quicquid rem aliam cogitanti repraesentat*).

Se trouve alors réveillée une intuition qui était au fondement du dispositif procléen : une image mathématique n'est jamais l'expression d'une idée simple – l'intuition du simple étant précisément brouillée par l'intervention de l'imagination –, mais du rapport (logos) en tant que tel, c'est-à-dire d'un mode de liaison entre les idées simples (mikton); la phantasia «renvoie» à l'intellect des «impressions» de ces liaisons ou concepts. Cela n'est pas sans rappeler ce que Leibniz disait du cercle dans le Dialogus : le cercle tracé n'est pas le vrai cercle, mais un caractère, et ce qui distingue le caractère est un ordre constitutif qui «renvoie» (ou «exprime» ou «répond») à un autre ordre (de choses, mais aussi bien d'autres signes). C'est la force de la conception leibnizienne d'avoir très tôt compris, à partir de la lecture de Hobbes, que la «relation» se donne primitivement comme co-imaginabilité. Ainsi s'indique l'existence d'une structuration intrinsèque au domaine imaginatif – ou d'un «enveloppement» des images selon des enchaînements réglés – qui va fonder la puissance symbolique propre de la mathesis. Nous sommes alors au cœur du dispositif de la «mathématique universelle» en tant qu'elle s'appuie sur l'espace, conçu comme surface réfléchissante des logoi. Mais la force de Leibniz est de généraliser cet espace en espace symbolique puisque l'image mathématique est, en fait, un caractère. Or le dispositif de la «représentation», qui permet de définir ce qu'est un caractère, est une correspondance entre modes de liaisons, sans qu'ait à être spécifiée la «nature» des objets mis en correspondance. Les exemples donnés indiquent ainsi qu'ils peuvent être tous deux des images. De ce point de vue, on n'a plus à se limiter au cas particulier où le logos entre concepts est représenté sous la forme d'un rapport entre figures. Le *logos* comme règle ou enchaînement rationnel est ce qui est mis en correspondance : il est, si l'on veut, la projection elle-même. Mais pour bien comprendre ce dispositif, il faut en étudier les modèles.

Dans le cadre de la *mathesis universalis* au sens étroit, il n'y a guère de surprise à voir avancer en premier lieu l'exemple des nombres. Lorsque Leibniz insiste, en effet, sur le fait que la correspondance ne nécessite pas de similitude (au sens ordinaire de ressemblance), il reprend tout naturellement l'exemple privilégié des symboles numériques : «et quelle similitude peut être comprise entre les Caractères Arithmétiques et les nombres ?» Très

significativement le nombre est alors défini comme répétition d'unités, ce qui indique bien sa règle de production (numeros sive unitatum repetitiones). Or non seulement l'absence de ressemblance ne nuit pas à la clarté de l'arithmétique, mais elle permet même – expression qui ne saurait nous laisser indifférent - une représentation exacte : «Néanmoins les caractères que nous utilisons, représentent les nombres avec exactitude, de sorte que les propriétés des nombres soient trouvées par l'usage des caractères» (Nihilominus Characteres quibus utimur, numeros ita exacte repraesentant, ut proprietates numerorum inveniantur per characteres). La reprise de l'argumentaire portée dès avant le séjour parisien contre l'ultranominalisme rappelle la ligne continue de réflexion qui anime le philosophe; mais elle n'en parvient pas moins ici à une formulation nouvelle et autrement puissante : ce qui assure le fait – jusqu'à présent convoqué comme tel à titre d'argument contre le nominalisme – de la concordance ou de l'harmonie des différents résultats arithmétiques malgré l'arbitraire relatif des systèmes de numérations (et des caractères choisis), c'est que ces systèmes ont tous en commun d'indiquer une règle de construction invariante ; un nombre n'est pas simplement une collection, comme le disaient les Grecs, mais une répétition d'unités. Cette représentation est exacte, non parce qu'elle est opératoire, mais parce qu'elle est génétique : elle permet de trouver toutes les propriétés des nombres en travaillant seulement sur ses représentants symboliques ⁷⁶.

Or un autre modèle s'est glissé entre la définition nouvelle de la représentation et l'exemple ancien des nombres : celui du rapport entre Ellipse et Cercle. Cet exemple avait déjà été mentionné dans le Quid sit idea ?, mais il prend ici un relief particulier : «qu'il n'y ait nul besoin, en effet, de similitude pour établir une représentation, cela apparaît clairement dans l'Ellipse qui est la projection plane du cercle, et le représente d'une manière suffisamment distincte au spectateur, quoique par parties, alors qu'elle n'est ni ne doit cependant lui être similaire» (Nam ad repraesentandum non esse opus similitudine, patet ex Ellipsi quae circuli projectio est in tabella, eumque reprasentat spectatori distincte satis, et per partes, cum tamen similis ei nec sit nec esse debeat). Au premier chef doit nous intéresser l'intervention du second critère déterminant dans la constitution d'une «logique de l'imagination», celui de la «représentation distincte». Ce type de représentation, par différence avec l'exemple

⁷⁶ Nous avons vu qu'un argument comparable est donné dans la lettre à Tschirnhaus de 1678 pour justifier le privilège de la numération de position (arabe). Prenons garde, néanmoins, qu'il ne s'agit là que des propriétés des nombres en tant que répétitions d'unités. Il est évident qu'il existe pour Leibniz des propriétés de nombres qui restent inconnues et dont on pourrait légitimement se demander si les caractères jusqu'à présent utilisés permettront jamais de les découvrir (cf. GM VII, 61); mais ces propriétés seront liées à d'autres structures que la simple répétition des unités, par exemple celle de division. Cela dit, comme nous le verrons, même dans le cas de la repetitio, Leibniz devra concéder la difficulté à édifier sur elle une authentique mathesis universalis,

des nombres, semble moins fort que le précédent, puisqu'il n'est censé donner accès à l'objet que *per partes*. On remarquera, en particulier, que la thèse présentée ici est contraire à celle du *Quid sit idea*? où le cercle et l'ellipse donnaient un exemple de similitude parfaite. Mais l'essentiel est surtout de voir donné, pour la première fois, un modèle assez clair de cette «représentation distincte», dont on a vu qu'elle était chez Descartes, mais déjà chez Proclus, essentielle au dispositif de «mathématique universelle». Or quelle n'est pas notre surprise de retrouver ici, mais sur un mode intrinsèquement mathématique, un modèle qui nous est familier : celui de la *projection*.

b. La projection

Comme on le voit avec l'exemple du cercle et de l'ellipse, le pôle de la «représentation distincte» ne se limite plus, chez Leibniz, au thème général de l'inscription d'une structure opératoire, réputée seule douée d'exactitude (les rapports et proportions) dans l'espace-matière («l'étendue réelle») de la fantaisie. Nous connaissons les premières motivations de cette conception : tout d'abord, il existe des modes de déterminations de l'étendue accrochés au «rapports et proportions» qui ne relèvent pas de ce type d'exactitude; ainsi le rapport du sinus au rayon, susceptible d'être intégrée à une théorie opératoire du même type que la doctrina rationum, échappe pourtant à la théorie générale de ratio euclidienne en tant qu'elle règle la seule magnitudo. Plus profondément, la découverte de la géométrie projective indique l'existence de relations structurant l'espace, qui relèvent bien des «rapports», mais sans supposer pour autant l'établissement d'une mesure sur des grandeurs. C'est un des motifs récurrents de la critique engagée contre la mathesis universalis des «cartésiens» : il y a des rapports «exacts» dans l'étendue, hors du dispositif algébrique (et donc hors de la seule *magnitudo*), comme on peut le voir dans le cas des transformations projectives qui ne nécessitent pas l'intervention de considération d'unité, de dimension et donc de mesure. Descartes, on le sait, connaissait et admirait le travail de Desargues, mais le considérait comme appartenant à la «métaphysique de la géométrie» - métaphysique à laquelle seule la vérification calculatoire pouvait apporter le soutien d'une intuition exacte et pleinement évidente⁷⁷. Leibniz n'aura de cesse d'objecter que cette vérification calculatoire, outre qu'elle contraint souvent à des preuves très contournées par rapport à la démonstration directe, méconnaît l'autonomie de la géométrie de position (situs). Il n'est

⁷⁷ A Mersenne, 9 janvier 1639 [AT II, 490].

donc pas sans importance qu'il recoure à un tel modèle, à côté de celui des nombres, lorsqu'il s'agit d'exposer ce qu'il faut entendre par «représentation distincte».

Gardons-nous, néanmoins, de confondre alors géométrie de position, plus générale que la doctrine des grandeurs, et *mathesis universalis*. La considération du *situs*, comme Proclus y insistait après Aristote et comme Leibniz le répétera, est un trait caractéristique de la géométrie. Elle ne concerne donc pas directement l'arithmétique et ne permet pas de constituer une théorie *universelle* des mathématiques. Nous verrons par la suite que la *mathesis universalis*, bien qu'elle y trouve un moteur de son extension, est d'ailleurs régulièrement définie par différence avec elle. La projection n'intervient pas ici comme liée à une théorie universelle de l'espace, mais comme un modèle gnoséologique (de représentation distincte). Cela est possible puisque la représentation a été définie très généralement comme une correspondance entre modes de liaison, sans qu'ait à être déterminé le type d'objets sur lesquels opèrent ces liaisons. Ainsi, la *mathesis universalis* peut bien être, selon l'inspiration dominante du dispositif procléen, lestée de géométrie *sans perdre sa puissance d'universalité*.

Or la manière dont la «représentation» trouve ici un modèle à l'intérieur de la théorie mathématique elle-même (celui de la «projection») n'est pas sans incidence sur le dispositif. Ce geste donne, en effet, à la *mathesis* une transparence qu'elle n'avait jamais eu auparavant — en même temps qu'elle révèle en creux les présupposés des précédentes tentatives. Ainsi la conception procléenne restait, on s'en souvient, à un niveau purement métaphorique : l'esprit «projetait» ses concepts sur l'écran de l'imagination dans un mouvement propre très explicitement distingué du mouvement physique (qui fait intervenir le temps) ; quant au schéma cartésien, il supposait d'un côté un «transport» des figures, conçu sur le modèle de règlement mécanique des rapports entre corps et de l'autre un esprit extérieur à ce mécanisme, tantôt «regardant» les images des choses, tantôt «agissant» dans la création de nouvelles figures. Dans les deux cas, le «mouvement» des idées, corrélé à leur transcription dans l'imagination, ne pouvait se trouver entièrement décrit de l'intérieur de la *mathesis* et les différents «mécanismes» proposés conservaient volontairement un aspect ouvertement métaphorique.

Or Leibniz, s'il déjoue à son tour le dispositif de la similitude aristotélicienne, parvient surtout à une formulation plus puissante que ses prédécesseurs en donnant de la représentation distincte un modèle purement mathématique. Ainsi se trouve indiquée l'hypothèse fondatrice de toute «mathématique universelle», en tant que dispositif gnoséologique, que ses prédécesseurs avaient établi sans pouvoir l'assumer pleinement. Ce

dispositif fait fond sur un règlement des rapports entre images-figures (qui sert toujoursdéjà de modèle pour penser le rapport du représentant au représenté) et sur l'intervention dans ce schéma d'un pôle idéal de «représentation distincte» par rapport auquel vont se distribuer les différents degrés de clarté de la représentation. Il ne saurait d'ailleurs en être autrement : à partir du moment où on limite aux mathématiques le seul exemple disponible de discipline certaine et qu'on lui attribue la totale maîtrise du logos, tous les rapports, y compris les rapports entre idées, ou entre les facultés, devront se laisser penser au miroir de cette représentation. Mais cela devrait impliquer que la mathesis puisse livrer d'elle-même un modèle du règlement des idées entre elles autant que du rapport des idées aux choses (ou des facultés entre elles, en tant qu'elles correspondent à des «genres de connaissance»). Ainsi Leibniz ne pouvait qu'apprécier l'idée de Malebranche, relayée par Prestet, selon laquelle le «rapport» qui fonde la vérité comme adéquation des idées aux choses n'échappe pas au modèle général et doit pouvoir être représenté de l'intérieur de la mathesis. C'était la conséquence nécessaire du premier dispositif cartésien – si du moins on voulait se préserver aussi longtemps que possible des deux «puissances incompréhensibles» que sont la cause et l'infini en acte. Aussi fallait-il concéder, comme l'avance le Dialogus, qu'une «proportion ou relation est le fondement de la vérité». C'est en ce point d'ailleurs qu'apparaît le premier modèle de l'expressio, très proche de ce qui est appelé ici repraesentatio.

Le pas franchi par Leibniz a le mérite de faire apparaître le point aveugle des anciens dispositifs de *mathesis universalis*: celui de la représentation elle-même. La difficulté était très apparente chez Proclus dans la confusion opérée entre la *phantasia* comme mode de connaissance et le plan euclidien comme surface d'inscription des *logoi*; de même dans les *Regulae* où la fantaisie était à la fois une fonction de l'*ingenium* et le «sujet» où les rapports et proportions se laissaient voir de manière distincte. Dans tous ces cas, était maintenue l'existence d'une véritable «matière imaginaire», l'étendue géométrique, surface réfléchissante où l'esprit pouvait lire en transparence le déploiement de ses opérations. Or quelles que soient les difficultés éprouvées à comprendre une telle théorie, elle tombait assurément sous les coups de la critique aristotélicienne, rappelant aux platoniciens que les «difficultés sur la matière des choses mathématiques» ne pouvaient donc être l'objet que d'une science *extérieure* à la *mathesis* ou «philosophie»⁷⁸. De quelle «certitude» pouvait donc s'assurer la conception du rapport entre l'esprit et l'imagination comme moteur de la «représentation distincte». Quelle méthode pouvait donc permettre de penser ce rapport comme tel ? Les «mécanismes» de représentation, bien qu'accessibles indirectement dans

les impressions gravées sur l'espace imaginatif, n'étaient pas présentés jusqu'alors selon un modèle purement mathématique : la réflexion en miroir, le transport des figures ou «l'impression» dans la cire restaient, d'ailleurs, clairement redevables de mathématiques appliquées (optique, mécanique), donc de déterminations extrinsèques au schéma initial et théoriquement dépendantes de lui, puisque ce qu'il fallait expliquer est précisément ici l'application de l'esprit à la matière. Il revient à Leibniz d'avoir compris que, dans tous ces cas, le modèle présupposé est invariablement celui des transformations entre figures et qu'il est donc à la fois dépendant d'une théorie de l'espace, mais tout aussi bien pensable de l'intérieur de cette théorie. Que son règlement soit imposé par l'intellect ne soustrayait donc pas ce modèle du champ de la mathesis, bien au contraire. La perspicuitas imposait même que les opérations de l'intellect puissent toujours y être lues en transparence.

En rapportant la «représentation distincte» au modèle mathématique de la projection, Leibniz déjoue ici remarquablement le dernier réduit de la métaphore du fait qu'il n'a plus besoin de maintenir dans l'ombre un esprit comparant les figures des corps et les figures géométriques selon une procédure secrète, dont on pourrait seulement dire - si l'on veut qu'elle soit exacte et précise – qu'elle doit être une correspondance bi-univoque 79; il peut rapporter cette comparaison au champ propre de la mathesis en tant qu'elle donne les règles générales de transformation (et donc d'«expression» d'une figure dans une autre). La mens opère ici, comme Leibniz l'a toujours dit, de l'intérieur des phénomènes comme opérateur propre de leur régime de congruence (ou plus généralement de similitude)80. La correspondance bi-univoque que requiert l'esprit se laisse donc formuler de l'intérieur du règlement des figures et donne sa définition à la représentation exacte, cas particulier de la représentation distincte. On voit, du même coup, qu'il ne faut donc pas exagérer le rôle de la découverte de la géométrie projective, qui vient ici parachever une théorie mise en place dès avant le séjour parisien : l'invariance des objets, où s'établit leur identité, se donne dans la variation des points de vue et le constat de leur stabilité (comme la «congruence» des percepts). Il y a un perspectivisme premier de l'approche leibnizienne, hérité du matérialisme hobbesien, où le sujet connaissant ne peut d'abord faire fond que sur la donnée

⁷⁸ Voir *Métaphysique* K, 1, 1059 b 15 - 1060 a 1.

⁷⁹ L'idée que la représentation est fondée sur une correspondance bi-univoque est parfaitement mystérieuse dans les *Regulae* du fait que l'esprit n'a justement *rien de semblable* avec le corps : l'image-objet, inscrite dans la «partie du corps» qu'est la fantaisie, et l'image-idée, produite par l'intellect, ne devraient donc pas pouvoir être comparées plus que le corps et l'esprit eux-mêmes.

^{80 «}Le plus profond de notre esprit est présent à lui-même et à la matière» [R21]. Leibniz n'hésitera pas à dire que des «notions abstraites de l'agrégat des images» qu'elles sont «l'âme de la connaissance humaine» [R 151]. Sur cette expression, voir notre commentaire, plus bas, p. 762.

des images. La découverte de la géométrie projective ne vient pas fonder ce dispositif gnoséologique, mais elle lui confère assurément sa pleine puissance puisqu'elle le reverse dans la *mathesis* elle-même.

Deux pistes sont alors ouvertes : d'une part, on voit que le dispositif de mathesis universalis impose en fait qu'il n'y ait pas de rapport précis, exact, certain, qui ne s'y laisse penser. De ce fait, toute partie de la connaissance qui se donne comme rapport ou rapport de rapports doit s'y «refléter». C'est précisément le cas de nombre de notions rapportées à la connaissance elle-même : ainsi de la représentation, du raisonnement, de la vérité⁸¹. La force de Leibniz est de ne pas reculer devant cette tâche et de donner des définitions mathématiques d'opérations intellectuelles comme celles que nous venons de croiser («représentation exacte» ou «distincte»). La mathesis universalis apparaît alors comme un lieu où le mouvement de l'intellect se «réfléchit». Toute la difficulté est alors de déterminer dans quelle mesure ce repliement de la pensée sur elle-même nous donne accès à l'être. D'où le problème avancé par la «méditation sur le principe d'individuation» : la pensée repliée dans la mathesis où règne la coimaginabilitas ne perd-elle pas la possibilité de penser du singulier comme tel ? L'autre piste ouverte rend cette difficulté encore plus redoutable : car la question est alors de savoir comment nous pourrons représenter la représentation sans postuler ce repliement de la pensée sur elle-même, dont la mathesis nous donne le modèle exact et distinct : est-il possible de proposer une conception de la pensée hors d'un modèle projectif, où la «représentation» est toujours déjà pensée sur le modèle d'un rapport réglé entre images ? Il ne suffit pas ici de se débarrasser de la «représentation» pour sortir de la difficulté : existe-t-il aujourd'hui un modèle de la «pensée» ou de la «connaissance» qui ne fasse pas fond sur le fait que la pensée à un «extérieur», que des idées sont «séparées» (ou distinctes), qu'il peut y avoir entre elles un «passage», qu'elles «visent» des objets, etc. ? Ces questions, il faut les laisser ouvertes au point où le modèle «naïf» de la mathesis universalis, modèle de toute «représentation» fait valoir sa puissance réelle.

c. Le rôle de la mathesis universalis

Le principal intérêt de notre texte n'est pas de donner une définition de la représentation qui semble effective, quoique moins claire, dès le *Dialogus* ou le *Quid sit idea*? Il est d'en fournir une analyse précise, sur quelques exemples tirés des mathématiques, qui

⁸¹ M. Mugnai fait ainsi très justement remarquer, notamment à partir du *De veritatis realitate* (août 1677) [A VI, 4, A, 18-19], que les idées se comportent chez Leibniz comme des corps rigides (*Leibniz' Theory of Relations*, Stuttgart, Steiner, 1992, p. 20-21).

va permettre d'en mieux comprendre les fondements. Ainsi une des questions régulièrement soulevées par la théorie leibnizienne de l'expression est de déterminer dans quelle mesure est requis un isomorphisme entre représentant et représenté⁸². Or non seulement cette question est posée par notre texte, mais elle y trouve une réponse assez claire. C'est même en ce lieu précis que la mathesis universalis va faire valoir son étonnant privilège. Que nous indique, en effet, la suite de l'analyse ? Que la projection qui fonde le modèle général de l'expressio est suffisante pour assurer une représentation distincte, mais pas exacte. Nous retrouvons ici un problème entrevu dans l'étude du fonctionnement des caractères et qui permet de départager, de l'intérieur de la mathesis (connaissance distincte), des modes différents de représentation.

Conformément à son habitude, Leibniz expose d'abord le mode le plus immédiat de représentation expressive : la Figure ou le plan (Modèle). Mais c'est pour mieux insister sur son imperfection : «Mais il y a dans ces choses, dans les Plans ou les figures, l'imperfection suivante : Un traitement suffisant et commode, ou même une application, à toutes ses parties n'y est pas possible du fait qu'il y est besoin d'autant de modes différents que l'esprit aura de manières de raisonner. Souvent, en effet, il y serait besoin de plus de dix individus des choses ou d'exemplaires de plans — ce qui ne se saurait faire sans dépense excessive, quand le traitement et la transposition en figures n'est pas elle-même impossible» L'argument est très simple et permet de comprendre le fonctionnement le plus large de la représentation : de ce que l'on a relié un certain mode de liaison à un autre de telle sorte que toute variation du premier corresponde à une variation du second, on n'a pas pour autant assuré la possibilité de la correspondance réciproque. De fait, une représentation comme une projection plane peut ne pas être «suffisante» pour discerner l'objet représenté dans la mesure où elle dépend d'un certain «point de vue». Ainsi une ellipse peut «représenter» aussi bien un cercle qu'une ellipse ou toute autre section conique (et même, «à la limite»,

⁸² Sur l'identification de la «représentation» à un isomorphisme, voir A. Gurwitsch, *Leibniz. Philosophie des Panlogismus*, Berlin, Walter de Gruyter, 1974, chap. I § 4. «Repräsentation und Expression», notamment p. 36 sq.; K. Stiegler, «Der Begriff des Isomorphismus und der Darstellung in der Metaphysik von Leibniz» dans *Studia Leibnitiana*. Supplementa 15, 1975, p. 173-185. Voir la mise au point de C. Swoyer, qui argumente contre cette interprétation, fait la recension des grandes interprétations et propose le modèle de l'expression comme transport de structures («Leibnizian expression» dans *The Journal of the History of Philosophy*, 1995, 33/1, p. 65-99).

⁸³ A VI, 4, A, 325, 7-10: Est autem in rebus ipsis, in Modulis, in figuris haec imperfectio, ut tot modis quot menti ratiocinaturae opus est, tractari, inque omnes partes versari satis commode non possint. Saepe enim decem amplius sive individuis rerum, sive exemplaribus modulorum esset opus, quae nec sine sumtu haberi, nec saepe tractari ac transfigurari possunt. Leibniz donne alors l'exemple de la quadrature de la Parabole découverte par Archimède et dont Scaliger ne pouvait pas croire qu'il l'eût trouvée par des expériences. Il ne doute pas que cette découverte fut faite d'un trait d'esprit [325, 10-13].

une droite ou un point)⁸⁴. Tout dépend de l'inclinaison du plan de projection par rapport à la figure projetée. Aussi me faudrait-il «voir» le dispositif lui-même «de côté», selon l'exemple du point de vue perpendiculaire au point de vue du voyageur amené dans le *Specimen demonstrationum de natura Rerum Corporearum ex phaenomenis* de 1671⁸⁵. On voit ici le danger de l'intervention secrète d'un esprit «regardant» des images et comblant les écarts qui trouent le dispositif de la représentation. L'esprit du philosophe est souvent dans la tour, à regarder en surplomb les errances des voyageurs. Mais cette position de surplomb consiste en fait à superposer au premier dispositif de représentation un deuxième dispositif non explicité et agissant à la manière du *Deus ex machina* que Leibniz reprochait à l'occasionnalisme de faire intervenir à tout propos. Cette intervention apparaît désormais comme d'autant plus illégitime que le second dispositif est évidemment, dans le schéma proposé par Leibniz, du même type que le premier.

Réciproquement, le fait que la représentation soit descriptible à l'intérieur de la théorie mathématique assure que ce mouvement de côté y est possible : de fait, une nouvelle projection (sur un plan perpendiculaire au premier par exemple) peut suffire à compléter la première expression pour que je puisse statuer sur l'objet représenté. En conséquence, il sera possible de penser dans la théorie elle-même que le problème initial n'était pas «déterminé», au sens précis que Leibniz donne à ce terme (l'effet ne permet pas de remonter à la cause). Il me faudra plusieurs figures pour pouvoir retrouver l'original, que je ne connais pour le moment que «par parties». Cette connaissance, pour imparfaite qu'elle soit, n'en est pas moins réelle : je sais ainsi distinctement que l'objet est une section conique. Elle me donne un mode de génération de l'objet (par section du cône); mais cette connaissance est insuffisante à «distinguer» la chose visée comme unique ; elle ne distingue qu'une classe de figures équivalentes sous un certain point de vue. Cette équivalence correspond immédiatement à un certain système de transformation géométrique dont cette classe de figure est un invariant. Pour que le «point de vue» soit pensable en tant que tel, il faut alors que puisse être établi un pôle de parfaite transparence, représentation exacte et distincte d'où se déploierait la véritable théorie du situs. Les précisions apportées par Leibniz indiquent donc très clairement que la «projection» permet le transport d'un certain «mode de liaison» entre les collections d'éléments correspondant, mais pas nécessairement le trajet inverse. En termes modernes, on dirait qu'il s'agit d'un morphisme, et non nécessairement

⁸⁴ Cet exemple sera repris dans la *Théodicée* § 357 [GP VI, 327]. A cette occasion, Leibniz parle d'un «rapport exact». On se gardera de confondre cette expression avec celle de «représentation exacte».

⁸⁵ Voir ci-dessus [V, note 218].

d'un isomorphisme⁸⁶. Le problème de la représentation «exacte» en découle aussitôt : parvenir, selon la définition déjà croisée des caractères exacts à montrer tous les aspects en même temps (*omnia simul exhibere*), ce que les projections planes (et donc les figures) ne permettent généralement pas⁸⁷.

Mais, avant de parvenir au modèle de représentation exacte, il faut s'intéresser également à l'autre exemple proposé par Leibniz. Il est tout à fait remarquable, en effet, que la limitation initiale ne soit pas liée, comme on aurait pu l'attendre, à la seule représentation intuitive du géomètre, puisqu'elle apparaît également dans le traitement des nombres. De manière très significative, Leibniz prend même un exemple tiré de l'art combinatoire, puisqu'il se tourne vers le fameux «triangle arithmétique» pascalien. Nous trouvons ici confirmation que la difficulté est bien dans le dispositif de représentation choisie et non dans la nature même du représenté qui peut être aussi bien arithmétique que géométrique. Cette référence au procédé pascalien est très intéressante. Pascal, en effet, avait voulu capturer la variation infinie des énoncés possibles sur les rapports (combinatoires) entre nombres sous la forme d'une figure, en l'occurrence d'un triangle où ces rapports pourraient se lire en transparence. Il restait donc prisonnier d'un schéma dans lequel la clôture de la représentation et la capture de l'infini sont possibles⁸⁸. Or Leibniz va indiquer comment la représentation échappe à cette capture par son fonctionnement même. Ainsi objecte-t-il que ces modes de représentation sont en fait dépendants de modes de lecture différents du même tableau (donc de «point de vue» sur le tableau), si bien que le système des relations ne s'y lit pas en transparence. Il donne comme exemple les sommes des nombres triangulaires, pris deux à deux (0+1, 1+3, 3+6, 6+10, etc.), qui forment la suite des nombres carrés (1, 4, 9, 16, 25). Cette relation est facile à représenter, par lignes, sur le triangle arithmétique, mais il n'en va pas de même de la somme des nombres cubes pris deux à deux (1, 9, 36, 100, 225) qui forment pourtant la suite des carrés des nombres triangulaires. Cette «harmonie» profonde n'est donc pas visible. Le «triangle» porte avec lui les mêmes inconvénients que toute figure : il ne donne pas par lui-même la totalité des relations qui s'y logent et ne livre ses relations qu'en fonction du «point de vue» sous lequel on l'aborde. On voit ici remarquablement le danger d'un esprit regardant le tableau (ou la surface d'inscription)

⁸⁶ C. Swoyer, *art. cit.*, § 2. «Perspectival projection as the paradigm of expression», p. 68 sq. et p. 82 sur l'expression comme «transport de structures» (Swoyer prend comme exemple la notion de groupe en algèbre abstraite et mentionne également le cas de l'homéomorphisme en topologie).

⁸⁷ A VI, 4, A, 325, 3: Figurae autem quae in charta aut pulvere delineantur etsi commodiores sint, tamen, nec omnia simul exhibere possunt, itaque multarum figurarum conjunctione opus est, et quaedam omino exhibere non possunt.

⁸⁸ Voir les analyses de L. Vinciguerra, Langage, visibilité, différence. Histoire du discours mathématique de l'âge classique au XIX^e siècle, Vrin, coll. «Mathesis», 1999, chap. 1.

pour y lire le déploiement de ses opérations et qui ne se préoccuperait, selon la formule cartésienne, que de vérifier qu'aucun être nouveau n'a été créé dans le codage. Car les êtres nouveaux sont dans le mouvement de l'esprit lui-même en tant qu'il sélectionne secrètement les relations pertinentes qu'il prétend directement lire sur la surface. La vraie question n'est donc pas de savoir si l'on *peut* établir une correspondance bi-univoque (ce qui peut généralement se faire par *choix* des éléments pertinents), mais si l'on ne peut *pas* opérer d'autres modes de lecture du tableau. C'est d'ailleurs exactement la question que Leibniz pose à la géométrie cartésienne : on peut évidemment «traduire» la géométrie dans le calcul des grandeurs, mais est-ce là le seul mode de traduction ? Est-ce même le meilleur (et sous quel point de vue) ? N'y a-t-il pas des traductions plus «adaptées» ou plus «commodes», comme l'on peut calculer avec des symboles numériques romains ou arabes ? Mais il faut également prendre appui sur cette critique pour remarquer à quel point Leibniz est loin de notre moderne «formalisme» : il débusque, en effet, remarquablement, la manière dont la disposition des caractères, qu'ils soient numériques ou géométriques, n'est pas transparente aux opérations de l'esprit sans condition⁸⁹.

D'où la nécessité de chercher s'il n'existerait pas des caractères qui exhiberaient par eux-mêmes la totalité des relations concernées. Or cette situation existe et c'est précisément à cette occasion qu'apparaît pour la première fois la mathesis universalis dans cette version finale : Itaque manifestum est ad juvandam Mentem opus esse characteribus, qui nullo negotio transponi possint, quemadmodum vocabula, et notae numerales, et symbola quibus utuntur Algebristae⁹⁰. Nous avons vu que ces symboles sont repris quelques lignes plus loin comme les caractères de la seule mathesis universalis (itaque Characteristicen tantum Matheseos Universalis nunc quidem perfectiorem reddere satis habebo). On voit alors tout l'intérêt de la démarche génétique qui commence par étudier les trois premières versions où la mathesis universalis était l'objet principal du traité avant de parvenir à la version finale où elle ne semble d'abord apparaître qu'à la dérobée. Force est, en effet, de constater que Leibniz nous donne peu d'indications sur les raisons pour lesquelles l'algèbre ou mathesis universalis devrait être privilégiée. De manière très surprenante, il ne donne d'ailleurs aucune

⁸⁹ Nous avons vu que la conception des inventaires impose de disposer les caractères dans un certain ordre, afin qu'ils soient adaptés à leur référent («il appert que les Inventaires eux-mêmes sont certains systèmes de formules, produites avec des caractères, que l'on a disposés selon un ordre approprié». Nous soulignons). Leibniz insiste régulièrement sur cet ordre et son adéquation, qui définit pour lui tout système expressif. De ce fait, il ne tombe pas dans l'erreur de certains modernes qui ont été jusqu'à nier le rôle du dispositif d'écriture symbolique pour y voir une véritable langage du concept (ce qui n'était pas le cas de Frege, mettant au point une écriture du concept, dans lequel l'ordre d'écriture était fondamental).

90 Ibid. p. 326.

définition de cette science, supposée connue, et qui intervient ici de manière allusive comme synonyme de l'algèbre. Or nous savons désormais que l'émergence soudaine de la *mathesis universalis* dans la réflexion sur les pouvoirs de la caractéristique n'intervient pas ici de manière injustifiée, mais s'appuie sur une réflexion nourrie sur les «pouvoirs de l'algèbre». Dans ce cadre, la *mathesis universalis* est apparue comme caractérisée par une certaine structure problématique où pouvait être exhibée l'idée séminale de *determinatio* («trouver la détermination d'une grandeur quelconque à partir d'autres données, qui soit suffisante pour distinguer cette unique chose de toutes les autres»). Sous sa forme d'algèbre symbolique, elle est donc orientée, dans son fonctionnement théorique propre, par la découverte de caractères permettant de *déterminer* complètement les objets.

C'est là le très grand privilège de l'algèbre sur lequel Descartes a fait fond, mais sans clairement le thématiser comme tel et sans reconnaître, par ailleurs, qu'il n'était qu'un cas très particulier de la «représentation distincte». De fait, si nous introduisons sur l'espace une mesure et que nous cherchons à décrire les rapports entre corps-figures de manière exhaustive selon ce point de vue (l'ordre et la mesure), alors le procédé mis au point par Descartes nous assure que tous les rapports («géométriques» vs «mécaniques») seront traductibles dans le calcul. De ce point de vue, il n'y a plus à s'occuper de l'adéquation de l'expression puisque l'isomorphisme a été assuré par construction. Or le calcul algébrique a lui-même des propriétés théoriques exceptionnelles : déterminer s'il existe une solution à un problème est, en effet, sa préoccupation propre. Cela ne signifie évidemment pas que tout problème aura une solution, mais cette question précisément est assumée par la théorie ellemême, si bien qu'elle peut dire si telle ou telle question (équation) y est résoluble. Ainsi la classification des équations et leurs solutions, qui est la grande tâche de l'algèbre classique avant Lagrange, donne l'architecture des problèmes déterminés (en tant qu'ils se ramènent les uns aux autres). Pour autant, Descartes et ceux qui le défendent n'ont pas vu que la mathesis universalis comme ars inveniendi n'était qu'un cas particulier d'analyse et que rien n'indiquait que le dispositif lié à la magnitudo ne fût pas transférable en dehors de son domaine premier d'effectivité. C'est ce dont traite la fin de notre texte.

Comme elle déborde la cadre de la *mathesis universalis*, elle ne nous occupera pas pour son détail, mais deux points peuvent néanmoins nous y arrêter : 1. tout d'abord, la distinction entre *mathesis universalis* et *analysis nova*, qui se trouve ici posée en toute clarté. Elle sert d'ailleurs d'indicateur à la dépendance de l'analyse reçue à «l'art caractéristique général». Nous retrouvons donc le schéma précédemment isolé et dont nous avons tenter de montrer qu'il n'autorise l'identification de la *mathesis universalis* ni avec l'*analysis*

universalis, ni avec la «science générale» ; 2. mais il faut surtout être attentif à la stratégie déployée pour justifier l'extension de l'analyse : selon une démarche constante, Leibniz commence, en effet, par rappeler qu'il existe de nombreux problèmes (longueur d'une courbe, aire sous une courbe, centre d'oscillation) qui ne sont pas déterminables par l'algèbre et qu'il appelle «transcendants». Mais il rappelle également que les problèmes de la théorie des nombres, tels que l'on peut les trouver chez Diophante, ne sont pas résolubles par le calcul ordinaire. Or, entre ces deux exemples classiques, s'en est logé un moins attendu : il s'agit de trouver une quantité qui puisse être produite à partir de deux inconnues a et b de la même manière que de \sqrt{ab} et $\frac{2ab}{a+\sqrt{ab}}$: une telle formule

permettrait, en effet, de trouver la quadrature du cercle⁹¹. Or on voit bien dans la présentation de ce dernier exemple, ainsi que dans la formulation des problèmes transcendants comme étant *nulli certi gradus* (330, 21) que Leibniz parvient alors à une conception unifiée des types de problèmes (déterminés ou indéterminés) à partir d'une conception des variations des formules elles-mêmes. Ainsi se trouve, pour ainsi dire, «bouclé» le grand circuit de la représentation : non seulement son dispositif peut être reversé de l'intérieur de la *mathesis* elle-même, mais cette dernière peut être explorée par la simple comparaison des formules (ce qui ne veut pas dire qu'il s'agisse d'un calcul «abstrait»). La méthode d'invention coïncide alors totalement avec l'exploration de ce champ, en tant qu'il se déploie à partir du noyau de transparence de la *mathesis universalis* et rêve d'en étendre les pouvoirs à tout le domaine que parcourt la caractéristique.

3. UN TRAITÉ DE *MATHESIS UNIVERSALIS*

3.1. La mathesis universalis comme Logique

Si nous laissons momentanément de côté les textes où se trouve présentée une nouvelle mathématique universelle, merveilleux échantillon de la science générale qui trouve sa réalisation dans les Elementa nova, le second grand texte qui touche à notre discipline comme donnée se trouve à l'autre extrémité de l'œuvre, dans un commencement de traité qui devait figurer sous le titre : Mathesis universalis⁹². Ce texte nous indique de la manière la plus claire qui soit que Leibniz considérait la Mathesis universalis comme un thème

⁹¹ *Ibid.* p. 331.

⁹² GM VII, 53-76. On pense qu'il date de 1694-1695.

autonome de son travail, auquel il avait l'intention de consacrer un traité complet. Or le plus surprenant est que la définition investie n'ait pas été alors celle d'une nouvelle mathématique universelle, mais bien celle qui suscitait notre déception première :

(1.) La Mathesis universalis est la science de la quantité considérée universellement, c'est-à-dire de l'estimation de la raison et en conséquence de la désignation des limites sous lesquelles toute chose tombe. Et puisque toute créature a des limites, on peut donc dire que la Métaphysique est la science générale des choses, alors que la Mathesis universalis est la science générale des créatures. Elle reconnaît deux parties : la science du fini (qui prend le nom d'Algèbre et est exposée en premier) et la science de l'infini, où le fini est déterminé par l'intervention de l'infini [GM VII, 53].

Il importe de garder à l'esprit que cette définition étroite subsiste jusqu'aux derniers développements de l'œuvre et qu'elle ne doit donc pas être associée à une vision des mathématiques dont Leibniz se serait progressivement débarrassée à la faveur de ses différentes découvertes. La définition classique de la mathesis universalis, comme science universelle de la quantité en tant que théorie générale de la ratio est alors très explicitement rapportée à l'Algèbre, mais elle s'est aussi parfaitement accommodée de l'intrusion d'une nouvelle venue : la Scientia infiniti. De nombreux textes concordent en ce point, où s'indique très clairement la différence entre les traitements mathématiques, logiques et philosophiques. Autant Leibniz s'interroge, en effet, d'un point de vue métaphysique sur le statut de ces «infiniment petits» dont il ne sait s'ils sont des fictions ou des objets acceptables, autant il considère le «calcul différentiel» comme justifié mathématiquement par sa capture dans un appareil «algébrique»⁹³. Dans ce cadre, l'analyse infinitésimale s'intègre naturellement à la théorie des grandeurs en ce qu'elle reconduit la même articulation entre calcul et possibilité d'une intuition géométrique (du résultat, puisque le calcul opère sur les symboles). Il ne s'agit donc pas de faire fond sur l'un aux dépends de l'autre et Leibniz insiste même sur le fait que ce calcul n'est dans la continuation ni de la géométrie des indivisibles de Cavalieri, ni de l'arithmétique de l'infini Wallis, mais au point où ces deux traditions se croisent dans le projet d'une «théorie générale des grandeurs»⁹⁴.

⁹³ Voir le texte Justification du Calcul des infinitésimales par celui de l'Algèbre ordinaire (1702) [GM IV, 103 sq.] et les commentaires de M. Parmentier, op. cit., p. 36 sq. et A. Robinet, op. cit., p. 284 sq. Voir également la «Réponse aux réflexions contenues dans la seconde Edition du Dictionnaire Critique de M. Bayle, article Rorarius, sur le système de l'Harmonie préétablie» : «Les Mathématiciens cependant n'ont point besoin du tout des discussions métaphysiques, ni de s'embarrasser de l'existence réelle des points, des indivisibles, des infiniment petits, et des infinis à la rigueur» [GP IV, 569].

^{94 «}L'analyse nouvelle des infinis ne regarde ni les figures, ni les nombres, mais les grandeurs en général, comme fait la Spécieuse ordinaire. Elle montre un algorithme nouveau, c'est-à-dire une nouvelle façon d'ajouter, de soustraire, de multiplier, de diviser, d'extraire, propre aux quantités incomparables, c'est-à-dire celles qui sont infiniment grandes ou infiniment petites en comparaison des autres» («De la chaînette», article paru au *Journal des Savants*, 31 mars 1692, cité et commenté par A. Robinet qui insiste sur l'intégration de la

Aussi n'y a-t-il pas de surprise à la voir citée en exemple, au côté du syllogisme et du calcul d'algèbre pour illustrer la «mathématique universelle» dans les *Nouveaux Essais*. Enfin, force est de constater un autre élément habituel des descriptions de la *mathesis universalis*, nouvelle ou ancienne, qui indique cette dimension opératoire : sa distinction appuyée avec la Métaphysique. Cette distinction est constante et attendue, mais il en faut justement noter la constance : l'identification de la *mathesis universalis* et d'une ontologie (science générale des choses) doit franchir un écart que Leibniz a toujours maintenu avec détermination.

Un des avantages de ce fragment est d'expliquer en ouverture de manière très claire en quoi la mathesis universalis, comme science universelle de la quantité, peut être conçue comme un calcul : «puisque toute *quantité* peut être déterminée, cependant, par un nombre de parties congruentes entre elles, c'est-à-dire la répétition d'une mesure, il en résulte que la mathesis universalis est en même temps la science de la répétition de la Mesure ou du Nombre, et c'est pourquoi on a coutume de lui donner le nom général de calcul» 95. Nous avons déjà vu que Leibniz ne confond pas calcul et opération. Nous voyons maintenant que, lorsque ces deux aspects se correspondent, comme dans le cas du calcul numérique, son contenu formel est déterminé : en l'occurrence, le calcul numérique suppose la repetitio (que ne permet justement pas le calcul logique) ; réciproquement, toute repetitio est susceptible d'un comptage et donc d'un calcul. Cette description permet de préciser l'opposition du sens étroit et du sens large de la mathesis universalis : à proprement parler, la mathesis universalis est la science universelle de la quantité et elle ne peut donc pas être étendue hors de sa configuration initiale (théorie de la ratio entre grandeurs); mais d'un autre côté, dans la mesure où elle sert de modèle à tout calcul, l'idée d'un calcul de la qualité, par exemple de la forme ou du situs, pourrait être considérée comme une extension de la mathesis universalis. Il faudra alors ou bien déterminer un autre type de *repetitio* qui ne soit pas dépendant, comme ici, d'un système de congruence – par exemple un système de similitude, antérieur à la congruence, et permettant de définir une notion d'ordre différente de celle qui règne entre grandeurs ; ou bien, définir directement un système de ratio opérant sur ses similia ou toute autre «forme» plutôt que sur les grandeurs. Dans le cadre de ces extensions, la mathématique universelle ne pourra plus être seulement définie par son genre d'objets, la

nouvelle analyse à la mathesis universalis, op. cit., p. 300 sq.). Cela dit, on se gardera de forcer le trait et de réduire, selon l'interprétation qu'avait promue Cassirer pour redresser l'interprétation «logiciste», la mathesis universalis à sa pars superior. Comme nous le verrons, le traitement du calcul différentiel dans le cadre de la mathesis universalis est volontairement réduit (E. Cassirer, Leibniz' System in seinen wissenschaftlichen Grundlagen (1902), repris dans Gesammelte Werke, t. I, Hamburg, Felix Meiner, 1998, p. 177 sq.).

quantité, sous peine de confusion. Le plus juste sera de la caractériser par le type de connaissance qu'elle mobilise, l'imagination. Mais une telle extension restera néanmoins fortement dépendante de la théorie de la ratio et ne saurait s'identifier purement et simplement à une science générale de la qualité. Aussi ne faut-il pas être surpris que notre texte, comme tant d'autres, limite la notion de la mathesis universalis au domaine du mesurable. S'il est indéniable que Leibniz, bien plus que Descartes, a explicitement envisagé une science générale de l'ordre indépendante de la notion de mesure, ce programme n'est pas strictement équivalent à celui de mathesis universalis et nous verrons qu'il est particulièrement difficile de proposer une théorie universelle qui ne soit pas dépendante de ce système premier de comparaison.

Mais le principal intérêt du fragment *Mathesis Universalis* est moins dans cette description assez attendue que dans la manière dont elle fait émerger alors une notion fondamentale et rarement explicitée par Leibniz : celle de *logica mathematica*. C'est peu dire que cette idée a été source de malentendus – à cause, évidemment, de l'image écrasante de notre moderne «logique mathématique» qui s'y substitue régulièrement. Or une lecture attentive de la *Mathesis universalis* aurait facilement corrigé ces distorsions regrettables. Que nous expliquent, en effet, les premiers développements de l'exposé ? Rien moins que la manière dont l'algèbre (et à terme tout calcul) peut se constituer *en* logique. Or non seulement ce mouvement est à l'inverse de ce que l'on croit ordinairement (c'est-à-dire la constitution de la logique *en* calcul), mais Leibniz insiste *explicitement* sur ce point :

De même que de nombreux auteurs ont tenté d'éclairer la Logique en la rapprochant de la computation et qu'Aristote lui-même s'est exprimé dans ses Analytiques à la manière des mathématiciens, de même en retour et l'Arithmétique et l'Algèbre, mais à bien plus juste titre la *Mathesis* authentiquement *universalis*, peuvent être traitées d'une façon logique, comme si elles relevaient de la Logique mathématique, de telle sorte que coïncident en fait la *Mathesis universalis* ou Logistique et la Logique des Mathématiciens ; et de là vient que notre Logistique peut être désignée partout sous le nom d'Analyse mathématique.

O

⁹⁵ Cette définition est très courante, cf. CG 179. Nous verrons qu'elle a une importance particulière du fait qu'elle tend à mettre le nombre sous la dépendance de la grandeur, si bien qu'il sera difficile de fonder l'artihmétique sans passer par l'intuition géométrique.

⁹⁶ GM VII, 54: Et quemadmodum multi Logicam illustrare tentaverunt similitudine computi, ipseque Aristoteles in Analyticis Mathematico more locutus est, ita vicissim et multo quidem rectius Mathesis praesertim universalis, adeoque Arithmetica et Algebra tractari possunt per modum Logicae, tanquam si essent Logica Mathematica, ut ita in effectu coincidat Mathesis universalis sive Logistica et Logica Mathematicorum; unde et Logistica nostra nomine Analyseos Mathematicae passim venit. Nous ne traduisons pas computus par calcul, terme pour lequel Leibniz emploie ordinairement calculus, afin de maintenir l'allusion assez claire à la voie ouverte par Hobbes.

Un des mystères qui nous a guidé dans l'étude de la «mathématique universelle» des Nouveaux Essais se trouve ici élucidé : il ne s'agit pas de concevoir le raisonnement comme calcul, mais le calcul lui-même comme un mode d'argumentation ou une forme logique. Ce geste imperceptible qui retourne le rapport de la logique et du calcul pour la constitution d'une Mathesis vraiment (praesertim) universalis est fondateur. L'analogie de la logique et du calcul est, en effet, présentée par Leibniz comme quelque chose de parfaitement banal. Entre le programme hobbesien, la relecture de l'analytique aristotélicienne par Weigel et les controverses avec Malebranche et Tschirnhaus, il a d'ailleurs lui-même été fortement imprégné par cette conception dès ses années de formation. Bien plus, la formulation d'une algèbre logique, dont il est régulièrement crédité d'avoir été un des précurseurs, se retrouve à la même époque chez d'autres auteurs. Ainsi avons-nous vu que Jacob Bernoulli publie en 1685 un opuscule trop peu connu, dont le titre significatif est Parallelismus ratiocinii et algebraict⁹⁷. Or cette ébauche de calcul logique s'inscrivait très clairement dans la lignée malebranchiste et non leibnizienne. Pour Leibniz, cette approche, qui n'est évidemment pas illégitime puisqu'elle dirige son propre calculus ratiocinator, doit être considérée comme venant «illustrer» par un appareil algébrique une logique déjà constituée – ou, pour reprendre, une expression célèbre de Frege : elle consiste «à habiller la logique abstraite du vêtement des signes algébriques»,98. Selon la configuration alors donnée à la «logique», elle vaut donc surtout dans le cadre de l'analyse des vérités. L'idée qu'il propose au titre de la Mathesis universalis est différente : elle consiste à exhiber la Logique des mathématiques (notamment en fournissant une analyse de ses notions).

Aussi faut-il être attentif au développement de notre traité où apparaît d'emblée une première forme de «parallélisme», inhérent aux mathématiques⁹⁹. Car c'était déjà une analyse logique, plus précisément «grammaticale», qui en était proposée : «et comme ceux qui accèdent à l'Algèbre pour l'apprendre, ont coutume de connaître déjà l'Arithmétique, nous pouvons de là commodément utiliser les préceptes de l'Arithmétique en les transférant

⁹⁷ Voir plus haut [IV, 1.2 b].

⁹⁸ On peut d'ailleurs citer en entier ce passage dirigé contre l'algèbre logique et qui résonne remarquablement avec le propos de Leibniz : «Si l'on prend une vue d'ensemble du langage formulaire de Boole, on voit qu'il consiste à habiller la logique abstraite du vêtement des signes algébriques ; il n'est pas propre à l'expression d'un contenu et tel n'est pas non plus son but. Or, c'est là précisément mon intention. Je veux fondre les quelques signes que j'ai introduits avec les signes mathématiques en un seul formulaire. Les signes existants correspondraient à peu près aux racines des mots, tandis que les signes introduits sont à comparer aux terminaisons et aux particules qui établissent des rapports logiques entre les contenus des racines». G. Frege, «Sur le but de l'idéographie (Begriffsschrift)» (1882) (trad. fr. C. Imbert, Écrits logiques et philosophiques, Seuil, 1994, coll. «Points», p. 73)

à l'Algèbre. De même que celui qui possède déjà une certaine langue, peut utiliser avec profit, mutatis mutandis, sa Grammaire pour l'apprentissage des autres langues, surtout si elles sont apparentées»¹⁰⁰. Cette comparaison jette un jour nouveau sur le statut de la mathesis universalis. Passons rapidement sur le fait qu'elle confirme pleinement ce que l'analyse précise de l'apparition du thème de la mathesis universalis avait déjà montré : qu'elle intéresse Leibniz en tant qu'il peut y trouver un modèle pour le programme caractéristique, si bien que cette approche «linguistique» de l'algèbre est dans la droite ligne des programmes de 1675-1676. Le plus original dans cette présentation est surtout que le modèle linguistique y opère au sens propre, c'est-à-dire sans toujours-déjà préjuger de la nature algorithmique de la grammaire considérée. Leibniz ne compare pas ici, comme il le fait parfois, l'algèbre spécieuse et un projet de langue universelle conçu sur le mode d'un calcul, c'est-à-dire d'une «algèbre universelle»¹⁰¹; mais, ce qui est plus stimulant, l'algèbre à une grammaire au sens ordinaire que prend ce terme dans l'étude des langues naturelles.

Ce peut être l'occasion de rappeler que les projets encyclopédiques comme le Consilium de encyclopaedia nova conscribenda methodo inventoria (juin 1679)¹⁰², mais également le Plus Ultra (1686)¹⁰³, placent régulièrement la grammaire rationnelle au principe de l'organisation des disciplines. Cette répartition peut sembler évidente quand on sait l'intérêt porté par Leibniz à l'analyse des langues, mais elle n'en constitue pas moins un point d'inflexion remarquable quant au statut de la mathesis universalis. De fait, mettre la mathesis en position seconde par rapport à la grammatica – que Leibniz identifie même à l'occasion avec l'ars intelligendi –, est une conception typiquement «ramiste» (en fait, héritée plus anciennement de la logique d'Agricola et largement diffusée dans le courant «philipporamiste») et très éloignée du contexte dans lequel se plaçait encore Descartes. Il est particulièrement intéressant de remarquer que dans l'un et l'autre cas, la grammaire se trouve en position première par rapport à la logique elle-même, définie alors au sens étroit

⁹⁹ Hinc patet, Arithmeticam et Algebram aut Logisticam παραλληλως tractari posse, imo debere, cum eadem sit objecti natura eaedemque operationes, tantumque interesse quo in Arithmetica sunt numeri speciales, in Logistica vero Numeri generales vel indefiniti [GM VII, 53]. Sur ce parallélisme, voir l'ouverture du De ortu [GM VII, 203].

¹⁰⁰ Et cum ii qui ad Algebram discendam accedunt, jam intelligere soleant Arithmeticam, hinc commode uti possumus praeceptis Arithmeticae ad Algebram translatis. Quemadmodum qui linguam aliquam jam tenet, Grammatica ejus mutatis mutandis utiliter ad alias linguas, praesertim cognatas discendas uti potest [GM VII, 53, § 5]

¹⁰¹ Dès la lettre à Oldenburg de 1673, Leibniz identifie Grammaire («philosophique») et Logique, mais il précise néanmoins que cette grammaire n'est pas encore réalisée puisqu'elle exige la constitution d'une *Lingua realis* [A II, 1, 241, 4-10]. Le lien de la grammaire rationnelle et du programme caractéristique est d'autant plus visible que Leibniz ne distingue pas l'analyse des langues de l'analyse des caractères, cf. *Analysis Linguarum*. 11.(21) septembre 1678 [A VI, 4, A, 102 sq.].

¹⁰² A VI, 4, A, 338 sq.

¹⁰³ Guilielmi Pacidii Plus Ultra [A VI, 4, A, 673 sq.].

«d'art des inférences». Cette primauté est significative. Il est tentant de lire la coupure grammaire/logique/méthode/mathesis¹⁰⁴ selon la ligne de partage de l'analyse des notions et de l'analyse des raisonnements, spécifiées ensuite selon leur mode de liaison et leur domaine d'application, telle qu'elle a été fixée par la Logique de Port-Royal et s'est perpétuée mutatis mutandis jusqu'à nous. Mais ce serait oublier la critique très forte que Leibniz porte à partir de 1675 contre les partisans de la «méthode des idées» et qui fait que l'analyse des notions n'y peut plus opérer sur le modèle de l'analyse des idées. Aussi est-il essentiel de remarquer que Leibniz désigne sa «grammaire rationnelle» comme la «vraie analyse des caractères» (et non des idées), qu'il précise en doctrine de la signification des particules, des flexions et des emplacements 105.

Il ne faut donc pas glisser trop rapidement sur l'aspect «grammatical» de la mathesis universalis, comme s'il ne concernait pas son aspect «logique» et se porter trop vite au parallèle logique-algèbre, source de tous les malentendus. Car on s'attendrait assurément à voir le parallèle arithmétique-algèbre pensé comme un parallèle structural ou encore, conformément à sa généralité, à voir l'algèbre en position de donner sa «structure» à l'arithmétique. Or ce n'est pas ce que fait Leibniz. Il a trop reproché à Descartes d'avoir dû constater l'échec de sa mathesis universalis dans son impossibilité à traiter adéquatement des questions de nombres pour retomber dans le même travers. Nous verrons par après que cette fine compréhension du rapport arithmétique-algèbre est au cœur de l'articulation de l'algèbre et de l'art combinatoire; mais nous pouvons déjà pressentir que si l'on appelle mathesis universalis l'algèbre (auquel peut être adjoint le nouveau calcul de l'infini), c'est la valeur universelle de ce calcul qui se trouve en question dans ce type de critique. Que nous dit alors Leibniz ? Que l'universalité de l'algèbre ne lui vient pas de pouvoir donner sa structure à l'arithmétique – c'est même l'inverse qui est vrai d'un point de vue génétique –, mais de se laisser penser à partir de l'arithmétique à la manière dont la connaissance d'une grammaire permet de maîtriser une langue de la même famille.

Cette conception de l'algèbre est extrêmement stimulante, surtout au regard des développements de la mathématique moderne. Que l'algèbre soit une langue des mathématiques, voilà ce qui se dit encore parfois. Mais en quel sens ? S'il s'agit de dire que

¹⁰⁴ La classification du Conscribenda est la suivante : 1. Grammaire ou ars intelligendi ; 2. Logique ou ars illationum ; viennent ensuite les disciplines méthodologiques : Mnemonica ou ars retinendi et in memoriam revocandi et Topica ou ars invendiendi ; enfin ars formularia (de eodem et diverso) et Logistica (de toto et parte) qui ouvre la porte aux disciplines mathématiques traditionnelles (Arithmétique, Géométrie, Mécanique, science des qualités sensibles ou Poeographia) [A VI, 4, A, 344-347].

¹⁰⁵ A VI, 4, A, 344 : Grammatica rationalis... In qua tradetur Regularis Significatio omnium particularum et flexionum et collocationum.

les problèmes mathématiques s'y laissent exprimer, cette déclaration pourra sembler ou bien fausse (puisque tous les problèmes mathématiques ne sont pas des problèmes d'algèbre), ou bien triviale (puisqu'il y a assurément des aspects algébriques dans la plupart des grandes «branches» des mathématiques). La perspective qu'ouvre ici Leibniz est beaucoup plus subtile, puisqu'elle consiste à dire que l'algèbre comme théorie générale peut servir non de grammaire aux autres sciences, mais qu'elle s'élabore à la manière où se comprend la grammaire d'une langue apparentée à celle que nous connaissons. Or, comme l'algèbre a des propriétés de transparence tout à fait remarquables, qui vont en faire une véritable «logique», elle permet à cette grammaire d'accéder à un degré de précision qu'elle n'avait pas nécessairement dans ce qui figure ici le rôle d'une langue naturelle : l'arithmétique. Elle fournit donc non la grammaire des autres sciences, mais un modèle possible de ce que doit être la grammaire rationnelle d'une science – si bien qu'arithmétique et géométrie trouveraient en retour dans l'algèbre la possibilité d'exprimer leurs grammaires propres, y compris par différence 106. Comme Leibniz identifie la grammaire rationnelle et l'analyse des caractères, nous retrouvons ici la lignée de 1679 où la mathesis universalis était apparue comme un lieu d'examen privilégié du fonctionnement optimal («exact») des caractères.

Selon cette orientation, l'idée d'une «algèbre universelle» prend une signification nouvelle : au lieu, en effet, de considérer, selon l'hypothèse logiciste, qu'il s'agit de mettre au point une «théorie des structures», dont les différentes mathématiques «spéciales» seraient des interprétations dans tel ou tel domaine, il pourrait être stimulant de considérer cette algèbre universelle comme une extension de l'algèbre en tant qu'elle fournit des instruments heuristiques pour distinguer telle ou telle théorie mathématique selon sa grammaire propre (et non en lui donnant sa grammaire). Nous verrons, notamment, dans notre texte que la subordination de l'algèbre à l'art combinatoire ne vaut pas au sens d'une dérivation, mais en tant qu'elle ouvre à un enrichissement de la conception algébrique comme telle, enrichissement qui ira de pair avec une compréhension en profondeur des structures algébriques de l'arithmétique.

C'est un point essentiel car la tentation est grande de lire dans le modèle du «calcul universel» un modèle algébrique *transféré* aux autres domaines des mathématiques (puis,

¹⁰⁶ Nous savons aujourd'hui, après Gauss et Klein, que cette compréhension de l'une et l'autre discipline à partir de l'algèbre les définit dans leur singularité – les «congruences», pour reprendre un exemple cher à Leibniz, permettant de définir dans l'un et l'autre cas les structures sous-jacentes : ou bien comme classes d'équivalence sur l'anneau des entiers, ou bien comme invariant par des groupes de transformations de l'espace géométrique. Ainsi le langage des «modulo» ou celui des «invariants absolus» apparaissent-ils comme des traits singuliers de l'arithmétique ou de la géométrie que l'algèbre révèle sans les absorber.

éventuellement, à la logique). Sous cette hypothèse, on finit par appeler «calcul» la structure opératoire de type algébrique conçue abstraitement par l'intervention du symbolisme. Or Leibniz n'a de cesse d'*opposer* ses nouveaux calculs, notamment le calcul géométrique, au calcul algébrique. Il n'y a ici aucune contradiction : l'algèbre au sens traditionnel s'oppose aux autre formes de calcul au sens précis où elle suit des règles de structure qui ne sont pas les mêmes ; mais au sens large, il serait plus cohérent de distinguer ces différentes structures à l'intérieur d'une théorie générale du calcul, que Leibniz désigne tantôt comme art combinatoire, tantôt comme algèbre universelle¹⁰⁷.

3.2. La grammaire des mathématiques

L'idée selon laquelle l'algèbre permet de connaître ce que l'on pourrait appeler la «grammaire logique» d'une théorie mathématique ne reste pas à l'état d'ébauche dans notre texte, mais constitue le nerf de l'analyse. Après avoir indiqué que son projet n'était pas de concevoir la logique comme calcul, mais au contraire le calcul comme logique, Leibniz établit plus précisément le parallèle : «Dans la Logique, il y a des notions, des propositions, des Argumentations, des Méthodes. Il en est de même dans l'Analyse Mathématique, où il y a les quantités, les vérités énoncées des quantités (équations, majorations, minorations, analogies, etc.), des argumentations (en l'occurrence les opérations du calcul) et enfin des méthodes, c'est-à-dire les processus dont on se sert pour la recherche de l'inconnue» 108.

Cette thèse doit nous arrêter pour deux raisons. Tout d'abord, elle donne le motif du traité : dans le développement de l'exposé, Leibniz va suivre cette idée en étudiant la mathesis universalis du point de vue «logique» en partant des notions, où il va distinguer scolaire, celles d'abord. selon la tradition qui sont catégorématiques syncatégorématiques. Ce travail étonnant lui demande un tel effort de clarification et de systématisation qu'il ne parvient d'ailleurs jamais aux énoncés. Le texte s'achève alors sur une note : De enuntiationibus, Argumentationibus et Methodis postea dicemus. Nous insistons sur ce premier point pour faire remarquer que la démarche est clairement programmatique et pourtant très différente de celle qui vaut dans un texte comme les Elementa nova Matheseos

¹⁰⁷ Voir notamment le *De artis combinatoriae usu in scientia generali* [A VI, 4, A, 510-512; C 556 sq.], où Leibniz identifie la combinatorie au calcul universel dont le calcul algébrique est un cas particulier: *Combinatoria agit de calculo in universum, seu de notis sive characteribus universalibus (quales sunt a, b, c, ubi promiscue alter pro altero sumi potuisset) deque variis legibus dispositionis ac processus seu de formulis in univerum* (l. 5-8). Or il donne alors d'autres exemples de calcul, dont le «calcul alternatif» qui règlemente l'usage du *vel* et dont il note très justement qu'il obéit à la loi d'idempotence (512. 1-7). On voit ici très bien la difficulté qu'il y aura à considérer l'un et l'autre comme des interprétations d'un même système formel.

universalis. Il serait donc réducteur de croire, comme on l'a souvent estimé a priori, que le sens étroit et le sens large de la mathesis universalis s'oppose comme un traitement traditionnel et un traitement original de cette discipline. Dans le premier cas, seul le contenu théorique lui-même n'est pas présenté comme nouveau (théorie de la magnitudo in genere). Certes, l'analyse se trouve étendue en dehors de ses limites ordinaires puisque les tout premiers développements font intervenir des signes de relations, plus généraux que les signes d'opérations, tandis que sont amenés par la suite et les signes du calcul différentiel, et les signes exprimant «l'harmonie» des coefficients des équations ; mais dans tous ces cas, l'analyse opère de l'intérieur du modèle algébrique pour aller vers de plus en plus de généralité sous l'orientation de l'analyse grammaticale. L'idée directrice est donc d'exhiber la grammaire d'un langage mathématique (par l'intermédiaire de l'analyse des caractères), ce qui est possible dans la mesure où la mathesis universalis comme «logique mathématique» donne cette grammaire en transparence – ou encore, que ses caractères sont «exacts».

Nous avions dit, dans une première approche, qu'il faut distinguer entre les textes où la mathesis universalis est une théorie donnée et ceux où elle est une théorie à constituer. Cette distinction méthodologique a l'inconvénient de paraître verser l'essentiel du travail de construction dans la seconde. Or tel n'est pas le cas : Leibniz ne se prive pas d'indiquer des voies de réforme et d'extension du calcul algébrique dans les textes où il traite de la mathesis universalis au sens étroit. En fait, la coupure passe de manière plus évidente entre des approches qu'on pourrait dire syntaxique ou sémantique de la mathesis universalis : dans le premier cas, Leibniz s'occupe à isoler le fonctionnement «logique» dans toute sa généralité, sans s'occuper de l'interpréter en dehors de son champ traditionnel (la «quantité»); dans l'autre cas, il s'agit de faire fond sur la donnée d'interprétations nouvelles, que la démarche caractéristique a permis d'isoler dans leur plus grande généralité, et qui modifie en retour l'intelligence du fonctionnement logique des mathématiques 109. L'exemple le plus probant de cette différence de traitement est donné dans notre texte par l'introduction d'un signe de similitude qui permet de désigner des équivalences entre relations. Leibniz illustre cette relation de relations sur l'exemple simple de deux équations algébriques «équivalentes» (au sens de l'identification des variables). Mais il ne s'occupe alors ni de donner un critère de ce fonctionnement logique (la substitution), ni d'ouvrir la possibilité de l'interpréter dans

¹⁰⁸ In Logica autem sunt Notiones, Propositiones, Argumentationes, Methodi. Idem est in Analysi Mathematica, ubi sunt quantitates, veritates de quantitatibus enuntiatae (aequationes, majoritates, minoritates, analogiae, etc.), argumentationes (nempe operationes calculi) et denique methodi seu processus quibus utimur ad quaesitum investigandum. 109 On n'oubliera pas néanmoins que les calculs leibniziens sont toujours interprétés. L'approche syntaxique opère donc en corrélation avec la variation des interprétations.

d'autres champs (comme dans celui du *situs*). Cette situation contraste avec l'ouverture des *Elementa nova* qui commencent par définir la similitude en général et spécifient ensuite ce fonctionnement général selon ses usages, dont celui de la *comparatio aequationum*.

Avant d'entrer dans le détail de cette analyse «logique», il faut porter un dernier constat, plus général. Après avoir tant insisté, tout au long de cette étude, sur le fait que l'algèbre a le privilège étonnant d'être «transparente» au discours qui la décrit, nous ne pouvons qu'être agréablement surpris de voir cette idée explicitement formulée dès l'époque où nous pensons la voir émerger. De fait, Leibniz a bien mis le rapport de l'algèbre et d'une analyse du discours comme «Logique» au centre du traité qu'il projetait d'écrire sur la mathesis universalis. Ainsi, pourrait-on dire, Leibniz fait-il parvenir la mathesis universalis classique à la pleine conscience de son pouvoir théorique singulier. Réciproquement, le fait de replacer ce parallélisme dans le cadre de la transparence de la doctrina rationum permet de ne pas se satisfaire d'un rapprochement superficiel et trompeur avec la logique. Car le fait qu'il y ait en algèbre comme en logique des notions, des propositions, des argumentations et une méthode, ne préjuge absolument pas du fait qu'elle soit comparable à une logique. Tout discours comprend, ou peut comprendre, ces parties, y compris le discours mathématique : il «obéit» ainsi à une logique. Mais il ne sera pas pour autant analogue à une logique. Il suffit de penser à l'exemple déjà croisé de la «traduction» des Éléments d'Euclide sous forme syllogistique pour s'en convaincre : elle ne rend nullement la géométrie analogue à la syllogistique. Pourquoi Leibniz a-t-il donc conçu l'algèbre comme une logique à part entière? Le parallèle pourrait passer inaperçu à un œil non exercé. Car il ne s'agit pas tant de dire qu'existe dans l'algèbre un «équivalent» des notions, des propositions, des argumentations et des méthodes, que de faire fond sur leurs modes de liaisons. Si les notions sont les quantités, les propositions les relations entre quantités (égalités et inégalités, égalités d'égalités ou d'inégalités, etc.), les démonstrations les opérations du calcul (ou relations de relations) et les méthodes des suites de calculs, c'est bien la forme générale de la théorie qui se trouve d'abord convoquée. L'analogie fonctionne sous la condition de satisfaire un certain nombre de règles opérant sur chacun de ces niveaux, mais surtout dans leurs liaisons réciproques¹¹⁰. Nous avons déjà insisté sur ce point où Leibniz a très tôt établi son point de vue : la logique traditionnelle (aristotélicienne) ne consiste pas en un catalogue de raisonnements, mais dans la manière dont on peut démontrer une forme logique à partir d'une autre par l'intervention des règles opérant à d'autres niveaux. L'exemple paradigmatique est bien évidemment la démonstration des figures du syllogisme à partir de la première et par intervention des règles de conversion, valable au niveau propositionnel, et du raisonnement par l'absurde, l'une et l'autre conséquence du mode de liaison général des formes logiques : le principe d'identité. On sait que Leibniz envisage, depuis ses premiers essais, de dépasser l'ABC aristotélicien en donnant les modes généraux de liaison du niveau des notions à celui des propositions (des catégories). Or il rappelle à cette occasion que ce projet était, sans qu'il en fût encore conscient, déjà réalisé par les géomètres dans leurs procédures démonstratives¹¹¹. Le parallèle dressé entre algèbre et logique suppose cette analogie profonde : car les modes de liaisons entre les niveaux sont parfaitement articulés dans l'algèbre où les méthodes s'explicitent en liaison d'opérations, les opérations en liaison de relations et les relations en liaison de quantités entre elles, selon des axiomes qui sont «communs» à toutes ces strates du discours.

Prenons un exemple «presque puéril», comme aimait à les prendre le Descartes des Regulae et comme Leibniz lui-même n'hésitera pas à le faire. Soit donc un problème élémentaire d'algèbre, comme de trouver la valeur de l'inconnue si "x + 5 = 0". Quelle «méthode» vais-je employer pour le résoudre? Le plus simple est ici d'appliquer les «règles du calcul». Je peux déjà rappeler que «si à des égaux, des égaux sont ajoutés, les touts seront égaux» (ce qui est le deuxième axiome d'Euclide). Je peux également me servir du fait que si l'on n'ajoute rien (ou 0 ajouté) à un nombre, il ne change pas et, encore, qu'une quantité retranchée d'elle-même vaut rien (qui peuvent être considérés comme des définitions du «zéro», mais que Leibniz voit surtout comme des conséquences du principe d'identité spécifié en «une chose est égale à elle-même»). En utilisant ces différentes règles, je trouve la «valeur» de l'inconnue. Mon «raisonnement» ou ma «démonstration» n'est alors qu'une suite de substitutions sur des égalités obtenues par les règles du calcul et le maniement des égalités sur des quantités (ou algèbre). Si maintenant je veux généraliser cette procédure, je n'aurais qu'à raisonner uniquement sur des symboles (en remplaçant «5» par un symbole de constante). C'est exactement ce qu'entreprendra de montrer Théophile sur l'exemple de a+b=10 et a-b=6, ou plus généralement : a+b=x et $a-b=v^{1/2}$. Si l'on peut donc dire, avec Leibniz, que la logique est ici liée à l'abstraction, par l'intervention

¹¹⁰ Insistons sur le fait que ces modes de liaison doivent être décrits à l'intérieur de la théorie, sans quoi il relèveront *seulement* de la logique (à la manière dont on «représente» certains raisonnements mathématiques sous la forme de suite de syllogismes).

^{111 [}R 65]). cité plus haut [V, note 114].

¹¹² Voir, par exemple, NEEH IV, 7, 6.

du symbolisme permettant la formulation du «canon général», il n'en faudra pas oublier la structure de sens sous-jacente qui rend cette analogie effective.

Pour un logicien, inspiré de Frege plutôt que de Boole, un tel modèle présente une carence évidente du fait qu'il ne donne pas explicitement ces règles de transformation «logique» de manière formelle séparément des règles propres du calcul (par exemple sous la forme d'un principe général de substitution). On s'expose donc, à tenir trop dogmatiquement la thèse d'une transparence de l'algèbre, à de justes critiques. Mais ces protestations ne seraient pas légitimes pour Leibniz du fait que l'on mélange ici la logique des mathématiciens et la logique des logiciens. Prenons, à nouveau, un exemple simple : la fameuse «démonstration» de l'égalité de «deux et deux sont quatre» donnée dans les Nouveaux Essais mêle étroitement l'égalité au sens de la relation entre quantités et au sens de la définition, qui est plus précisément ici une «identité» logique¹¹³. Or l'axiome qui permet les transformations est bien : «Mettant des choses égales à la place, l'égalité demeure», alors que les propositions elles-mêmes ne font intervenir que des identités (comme «Deux est un et un»). Or le plus surprenant n'est pas ici «l'erreur» logique de Leibniz que sa claire conscience de cette confusion revendiquée comme telle : «Je pouvais, au lieu de dire que 2 et 2 est 2 et 1 et 1, mettre que 2 et 2 est égal à 2 et 1 et 1, et ainsi des autres. Mais on peut le sous-entendre partout, pour avoir plus tôt fait ; et cela en vertu d'un autre axiome qui porte qu'une chose est égale à elle-même, ou que ce qui est le même est égal» (NEEH IV, 7, 10). Si le logicien moderne peut avoir de très bonnes raisons d'isoler fermement dans un langage logique ses règles de formation et de transformation, cette distinction paraît souvent repousser certaines difficultés plus qu'elle ne les résout. Comme le remarque judicieusement Leibniz, on sous-entend dans l'utilisation de la relation d'égalité qu'elle est une relation d'équivalence, c'est-à-dire réflexive. Sa définition explicite ne pourra donc se faire que par un «axiome» ou une «propriété» de réflexivité («une chose est égale à elle-même»), qui est, à ses yeux, une formulation dérivée du principe d'identité¹¹⁴. Or cette situation est également valable de la relation d'identité logique qui elle aussi, à un niveau purement syntaxique, est transitive, symétrique et réflexive. Réciproquement, il ne semble pas y avoir de moyens de départager une relation d'équivalence mathématique et logique sans faire intervenir des domaines d'interprétation qui distingueraient des «régimes» de

¹¹³ Au sens précis que lui donne Leibniz : Eadem sunt quorum unum potest substitui alteri salva veritate (Échantillons de calcul universel» [GP VII, 228; trad. fr. R 85]).

¹¹⁴ Dans une des classifications des sciences tardives où Leibniz recense les *Principia veritatum*, cette thèse est explicitement avancée. En introduisant la similitude et la congruence, Leibniz rappelle, en effet, que ces deux notions sont subordonnées aux deux premiers principes, celui de contradiction et celui de raison (*hae puto prioribus duobus subordinatur*) [C 528].

substitution distincts (salva veritate ou salva quantitate)¹¹⁵. Comme l'égalité est ici conçue au niveau de sa signification (et non d'un point de vue purement opératoire), Leibniz semble donc fondé à dire que la distinction entre ces deux niveaux est accessoire parce que la définition de l'égalité suppose la position d'un axiome de réflexivité (une chose est égale à elle-même) qui est une autre façon de dire que la relation d'égalité est une relation d'équivalence (ce qui est le même est égal)¹¹⁶.

Le second intérêt de cette remarque est évidemment de diriger le regard vers le caractère intrinsèquement logique de la théorie mathématique où les classes d'équivalence posées comme constitutives du champ fonctionnent comme des définitions. Pour prendre un exemple proche de nous : un «axiome» mathématique comme l'axiome d'extensionalité de la théorie des ensembles nous indique, par exemple, que deux ensembles qui ont les mêmes éléments sont équivalents. Sans un axiome de ce type, le principe de substitution ne pourrait rester qu'à un niveau extérieur à la théorie, dans la pure manipulation de propositions non-interprétées. De ce point de vue, les reproches du logicien apparaissent comme fondés s'il s'agit de reprocher aux mathématiciens de ne pas faire de logique, ce que l'on peut aisément concéder ; mais on peut également faire remarquer qu'il faut, pour que le principe de substitution puisse opérer hors de la pure structure logique, qu'il soit interprété dans le champ sous la forme d'une équivalence. On peut donc se demander très légitimement dans quelle mesure un principe méta-théorique de substitution peut dire autre chose que ce que permet le déploiement opératoire d'une relation d'équivalence. Il faut alors être sensible à une précision apportée par Leibniz qui donne toute sa force à sa conception : les relations entre quantités sont, en effet, présentées comme des «vérités énoncées à propos des quantités». Nous ne sommes donc pas dans la perspective d'un calcul sur la vérité.

¹¹⁵ Dans un fragment sur la caractéristique logique, Leibniz définit la forme générale de la transformation entre formules ou *transitus* comme une relation d'ordre, dont le cas le plus simple est la substitution où l'ordre est réciproque (*mutualis*). Il définit alors une équivalence (*aequipollentia*) \(\Gamma\) \(\C327\)\).

¹¹⁶ Sur tous ces points, voir l'article de M. Fichant, «Les axiomes de l'identité et la démonstration des formules arithmétique "2 + 2 = 4"» (op. cit., p. 287-328), qui a attiré l'attention sur l'incise qui fait suite à la démonstration des Nouveaux Essais. Nous nous écartons de son interprétation en ce que nous ne supposons pas que la formule «une chose est égale à elle-même» indique la dépendance de deux relations binaires (égalité et identité) dans un calcul logique, mais la donnée d'un «axiome», selon l'expression utilisée, qui définit la relation d'égalité comme une relation d'équivalence. A l'appui de cette lecture, on pourra rappeler que Leibniz n'appelle pas nécessairement «identique» la seule relation d'identité logique, définie par la substitution salva veritate, mais toutes les relations d'équivalence : «Les premières vérités sont celles qui affirment d'une chose cette chose même, ou qui nient sont opposé ; comme A est A, ou A n'est pas non-A. S'il est vrai que A est B, il est faux que A n'est pas B ou que A est non-B. De même chaque chose est telle qu'elle est ; chaque chose est semblable ou égale à elle-même ; rien n'est plus grand ni plus petit que soi-même et d'autres énoncés de ce genre, qui, bien qu'ils aient entre eux des degrés de priorité, peuvent être tous compris cependant sous la dénomination unique d'identiques» [C 518 ; trad. fr. R 459]. Dans le cadre de la géométrie, il peut ainsi appeler «identiques» les termes «coïncidents» [CG 171].

Leibniz n'entend pas ici par logique un calcul formel qui, n'ayant pas de moyen de trancher sur la vérité des propositions, étudierait comment elles se rapportent les unes aux autres dans les cas où elles sont vraies ou fausses. Il s'est assurément beaucoup intéressé à cette «analyse des vérités» et les essais de «calcul universel» se placent très explicitement sous cet horizon. Mais tel ne sera pas ici le cas : il s'agit bien ici de mener à bien une analyse des notions, dont les vérités apparaîtraient comme des combinaisons purement opératoires.

A nouveau apparaît la différence essentielle entre «mathématique universelle» et «calcul universel», qu'il faut se garder d'identifier subrepticement. Notre calcul est ici très explicitement interprété. Leibniz n'a jamais abandonné l'idéal d'une analyse des notions. Or, autant cette analyse semble difficile à mener à bien pour les notions de toute chose, autant elle semble déjà réalisée dans le cas de l'arithmétique où nous pouvons ramener n'importe quel énoncé à ses éléments simples (l'unité et sa répétition). Il faut insister sur ce point d'où la conception leibnizienne va prendre son départ : la théorie algébrique au sens classique du terme, en tant qu'opérant sur des nombres indéterminés, peut toujours être ramenée, sous des conditions qu'on peut préciser, à des calculs sur des nombres déterminés (per numeros distincte processum exhibentes comme dit le De ortu)117. Les notions qu'elle suppose sont donc potentiellement analysables en leurs éléments derniers et leur possibilité peut donc y être établie. Le traitement symbolique ne perd rien de cette vérité qu'il ne fait que poser. Il permet, par ailleurs, de transférer le traitement à d'autres domaines d'interprétations, comme celui obtenu en géométrie par la détermination d'une mesure (donc de classes de congruence sur des grandeurs). Nous trouvons ici une conception très stimulante au regard des développements de la logique moderne : l'existence d'un «modèle» de la théorie peut bien valoir comme preuve de sa «vérité» (au sens étroit, que suit ici Leibniz, de sa noncontradiction); l'algèbre trouve donc dans sa «vérification» numérique une garantie de la compatibilité de ses notions sur laquelle elle peut faire fond sans avoir à mener à terme l'analyse. Elle satisfait donc les réquisits d'une connaissances symbolique. Ainsi une opération algébrique est ipso facto une «vérité énoncée sur les quantités». La grande idée de Leibniz est alors d'étudier la logique des mathématiques à l'intérieur de ce modèle. C'est cette approche qui va gouverner la relecture de la mathesis universalis.

¹¹⁷ GM VII, 203.

3.3. l'organisation logique de la mathesis universalis

Le rapprochement voulu par Leibniz de la mathesis universalis et de la logique opère à double sens : d'un côté, il permet de comprendre mieux une part importante du fonctionnement propre de toute logique, en tant qu'elle se déploie comme un système de transformation entre énoncés ou formules à partir des notions ; de l'autre, il permet de comprendre quelle logique est à l'œuvre dans la mathématique elle-même et comment il est possible d'en déployer la puissance propre (éventuellement hors de son champ premier d'application). Pour ce faire, Leibniz va engager son étude à partir des distinctions traditionnelles entre notions catégorématiques et syncatégorématiques qui renvoient à deux types de signes (nota primaria: quantités constantes et inconnues, et nota secundaria). Il commence par les secondes, qui ne tirent leur signification, par définition, que des termes qu'elles relient. Elles sont donc des signes de liaisons ou de relations (signa vincula aliaeve notae relationum) : se succèdent, sous ce chapitre, les descriptions de l'addition et de la soustraction, de la multiplication et de la division, du vinculum (pour lequel on peut également utiliser les parenthèses), des puissances et racines, égalités et inégalités, différence et signes ambigus («plus ou moins»). Vient ensuite un développement plus original, quoique tout aussi attendu dans un texte sur la mathesis universalis, sur les «rapports et proportions». De manière très significative, Leibniz se soucie moins ici de déterminer la nature de ces objets que de savoir s'il faut introduire pour les désigner un signe particulier. L'argument vaut la peine d'être retranscrit dans son entier :

Et l'analogie, c'est-à-dire l'égalité ou convenance de deux proportions, je la désigne par l'égalité de deux divisions ou fractions. Et lorsque je veux désigner que a et b ont la même raison que c et d, il suffit d'écrire a:b=c:d, c'est-à-dire $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. Même si les proportions ont formellement et en soi une nature différente de la division, pour autant, puisque la proposition $a \div b \div c \div d$ est toujours a:b

de la division, pour autant, puisque la proposition $a \div b \div c \div d$ est toujours a : b = c : d, et que l'un découle de l'autre en retour ; ainsi, afin de ne pas introduire de notes inutiles, je traduis aussitôt dans le calcul la raison et proportion elle-même de cette façon. En outre, comme il apparaîtra par la suite, toute la doctrine euclidienne des raisons et proportions naît spontanément comme conséquence de cette manière de la noter, sans qu'il soit besoin de règles ou de préceptes particuliers 118 .

¹¹⁸ GM VII, 56-57: Et analogiam seu duarum proportionum aequalitatem sive convenientiam designo per aequalitatem duarum divisionum seu fractionum. Et cum designo, eandem esse rationem a ad b quae c ad d, sufficit scribere a:b=c:d seu $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. Etsi enim in se et formaliter alia sit proportionis quam divisionis natura, attamen quia

proposito $a \div b \div c \div d$ semper est a : b = c : d, et vicissim hoc posito sequitur illud; hinc ne superfluas notas adhibeam, ipsam rationem et proportionem statim hoc modo in calculum traduco, praesertim cum infra si appariturum sit, omnes Euclideas de Rationibus et Proportionibus consequentias ex hoc notandi modo sponte nasci, nec opus esse peculiaribus regulis vel praeceptis.

On voit ici comment Leibniz enjambe aisément une difficulté qui avait arrêté ses prédécesseurs. Il suffit qu'on puisse traiter symboliquement les rapports et proportions à la manière de «division», sans s'engager pour autant sur l'identité de nature entre la division entre nombres et le rapport entre grandeurs. Le principe d'économie suffit à justifier l'emploi du plus petit nombre de signes (et surtout de règles, puisqu'à tout signe nouveau il faut une ou des règles d'usage nouvelles). Mais c'est surtout l'occasion de remarquer le caractère volontairement descriptif de cette première partie où Leibniz ne s'occupe pas de la «nature» des objets concernés. On peut, plus généralement, s'étonner qu'il ait ainsi commencé son exposé par les notions syncatégorématiques, plutôt que catégorématiques. Ce choix sera plus clairement justifié par la suite du fait que les secondes ont été, d'après Leibniz, mal analysées et qu'il ne serait donc pas possible d'en donner un descriptif sans s'engager dans une réécriture complète de la *mathesis universalis*.

La structure des «rapports et proportions» est évidemment suivie, comme on pouvait s'y attendre, de celle plus générale de Relation¹¹⁹, dont l'exemple privilégié est, comme à l'habitude, la relation du sinus ou du cosinus au rayon du cercle. Mais on prendra garde qu'il ne s'agit pas, comme c'était le cas dans la critique de Prestet, de généraliser la notion trop étroite que donne la conception ordinaire du rapport. La relation vient ici opérer plutôt au niveau de la *proportio*, ou égalité *entre* rapports, qui en figurera d'ailleurs le cas le plus simple. Les deux grands types de «relations» avancés alors par Leibniz, la similitude et la coïncidence, et les exemples qui en sont donnés confirment cette distinction. En effet, la similitude et la coïncidence, désignent ici des comparaisons entre équations. La première réfère à l'identification des variables, la seconde à l'identification des coefficients¹²⁰. La «relation» est donc plutôt une relation de relations comme il apparaît dans la définition de la similitude : relationem inter a, b, c, eandem esse respective (seu eodem ordine servato) cum relatione inter l,m,n.. Nous retrouvons ici un trait essentiel de la réflexion leibnizienne : l'analyse des relations se fait de manière privilégiée dans le cas de la comparaison entre relations. Ainsi la similitude intervient-elle comme une relation entre équations qui préserve l'ordre des termes. Il est tout à fait significatif de ce point de vue que la proportion soit alors présentée comme la plus simple des relations, ce qui indique un transfert discret du champ opératoire au rapport entre champs (ou, en termes modernes, de l'opération au morphisme). On notera à cette occasion que la coïncidence vient ici

¹¹⁹ Praeter notationem proportionis et rationis adhibeo etiam interdum notam Relationis in genere. Est enim proportio tantum relationis species, eaque simplicissima (p. 57).

¹²⁰ L'expression est employée par Leibniz : Itaque quod vulgo vocant comparationem aequationum, revera est identificatio quaedam seu coincidentia (p. 57).

explicitement prendre la place de la *comparatio aequationum*, ce qui, à nouveau, indique un lieu de déploiement de la *comparatio* très différent du domaine initial du «plus et du moins».

Suit alors un développement très intéressant sur les signes de la conjonction (nota conjunctiva) et de la disjonction (nota disjunctiva). Gardons-nous, pour autant, d'y voir quelques préfigurations d'un calcul booléen puisque le premier correspond à la somme algébrique ordinaire. Mais cette remarque ne doit pas effacer l'originalité du second, qui correspond bien à un connecteur de disjonction exclusive, permettant de désigner les racines multiples distinctes d'une équation. Cette analyse est l'occasion d'introduire les fameux signes ambigus, mis au point dès 1674. Mais elle permet surtout d'établir une organisation logique des quantités en fonction de leur détermination. Leibniz avance, en effet, que l'ambiguïté est la source de l'irrationalité. L'exemple qu'il donne est celui de l'équation $x = 3 + \sqrt{4}$, dont le carré est xx - 6x + 5, dont les deux valeurs sont 5 ou (vel) 1. Nous retrouvons ici deux traits essentiels de la réflexion de Leibniz : tout d'abord, on voit bien comment l'algèbre permet de donner le degré de détermination d'un objet, depuis la détermination simple où l'objet cherché est unique, à la détermination ambiguë où il se présente dans une disjonction (finie, dans les exemples cités) ; la réflexion «logique» opère donc à un niveau beaucoup plus fondamental que la simple formalisation logique du calcul mathématique, puisqu'elle décrit l'organisation propre de ses champs d'objets ; d'où la seconde remarque, qui sera au principe de l'analyse des notions catégorématiques : les champs d'objets mathématiques sont reliés les uns aux autres par des structures logiques profondes qui permettent de réduire, au moins en partie, leur degré d'indétermination. Ainsi les objets «réguliers», dont les nombres entiers sont le paradigme, pourront-ils apparaître comme des cas particuliers des objets irréguliers (par exemple, des nombres rompus). Or cela signifie que l'irrégularité est liée fondamentalement à l'indétermination des problèmes et non à des irrégularités réelles du champ d'objets.

Ce premier ensemble se conclut sur la description du symbolisme du calcul différentiel et intégral. La présentation en est volontairement sommaire (de quibus omnibus suo loco clariores notiones habebuntur), mais elle n'en est pas moins intéressante. Tout d'abord, on sera sensible à la volonté de présenter ces deux formes de calculs sous la forme d'opérations réciproques, ce qui se justifie d'ailleurs très bien du fait que l'un opère sur des sommes et l'autres sur des différences. A cette occasion, Leibniz souligne que les notions qu'il a introduites jusqu'à présent (additio et substractio, multiplicatio et divisio, potentia et radix) satisfont la même loi de dualité. Nous verrons que cette indication aura son importance du fait qu'elle permet de discerner la structuration générale des types d'opérations

(progressives ou régressives) et que l'unité conférée par la dualité masque la différence entre les genres de quantités auxquelles on aboutit dans l'un et l'autre cas¹²¹. Mais il faut surtout être sensible ici à l'interprétation clairement opératoire du calcul différentiel, qui permet d'assurer, sans trop de justification d'ailleurs, que ces procédures sont itérables 122. Or Leibniz ne peut feindre d'ignorer que l'opération fait ici intervenir un nouveau genre de quantité, qui justifie d'ailleurs que ce nouveau calcul soit traité à part. De fait, les notions syncatégorématiques n'opèrent pas ici sur des quantités «primitives», mais sur leurs différences et, plus largement, puisqu'il s'agit de rendre ces différentes aussi petites qu'on veut, sur des séries. Or il est tout à fait remarquable que Leibniz expose cette logique particulière comme fondée sur des quantités ordinaires, les nombres ordinaux (numeri ordinales), qui permettent d'établir la «correspondance» des incréments des abscisses et des ordonnées. Non moins remarquable est le fait qu'il inscrive cet ordre dans les longueurs des segments sous la forme d'une indexation. Outre la très explicite présentation du lien du calcul différentiel à la question de l'ordre (et de la repetitio), on remarquera ici une première indication du fait que les opérations (notions secondes) peuvent donc être engendrées à partir des quantités avec l'aide de l'art combinatoire, science générale de l'ordre, ce qui constituera la thèse centrale de la seconde partie du fragment. Si nous explicitons la «connotation» du signe dx, nous y trouvons une série de différences et cette série, quelle que soit l'objet sur lequel elle opère (et qui peut très bien être une autre série) est une suite de nombres ordinaux. On pourra lire ici une première indication de la manière dont les notions syncatégorématiques s'avèrent liées à des relations primitives, plutôt qu'à des variables, dont la forme la plus simple est l'ordre. Nous sommes alors au seuil où commence la deuxième partie, dont le motif directeur est que n'ont pas été transcrits de manière satisfaisante «l'ordre et la relation» qui structurent les quantités premières : non satis significant ipsarum quantitarum inter se ordinem et relationem; ita in progressu calculi non apparent pulchrae illae harmoniae¹²³.

Ce premier ensemble peut sembler sans intérêt pour un lecteur avide de résultats nouveaux et profonds. Il a d'ailleurs peu intéressé les commentateurs pour son détail et c'est

¹²¹ GM VII, 68. On prendra garde que, bien qu'opérant sur des différences, c'est évidemment la différentiation qui est progressive et l'intégration régressive. Même idée dans les *Elementa nova* au titre des opérations synthétiques et analytiques [A VI, 4, A, 520; 522].

¹²² Cum vero ipsae DC seu v sive dy non minus progressionem vel incrementa aut decrementa differentiasque adeo suas habeant, quam ipsae y, hinc oriuntur differentiae differentiarum seu ddy. Ima dantur et differentiae tertiae, et ita porro, quoad usque est opus (p. 59).

¹²³ GM VII, 59, l. 25-27.

pourquoi nous nous y sommes arrêtés. Car il est pourtant d'une très grande originalité. On voit tout d'abord que la Mathesis universalis a changé de contenu. Le premier fragment que nous avons étudié ne traitait pas de la mathématique universelle en tant que telle mais du rôle qu'y tenait l'art caractéristique. Il n'y avait donc pas de surprise à y voir cette discipline intervenir au titre de sa puissance symbolique singulière, mais cette analyse opérait en quelque sorte de l'extérieur et ne s'intéressait qu'à la structure de problème de cette science. Rien ne nous était d'ailleurs dit sur son contenu propre, qui semblait supposé donné. Or tel n'est pas le cas de notre texte qui entend exposer la logique interne de la mathesis universalis. Il ne faut donc pas se laisser tromper par une ressemblance apparente : le fait d'étudier la mathesis universalis du point de vue de son symbolisme n'est pas dans la droite ligne du premier projet ; il semble plutôt en découler, au sens où il suppose la pleine compréhension de la transparence exceptionnelle de cette discipline. Ainsi la grammaire de la mathesis universalis coïncide ici avec l'analyse de ses caractères – et Leibniz peut d'ailleurs déclarer que l'ancienne doctrina rationum n'y sera qu'une conséquence du choix d'un symbolisme approprié. Gardons-nous d'y voir une simple transcription de la mathématique universelle dans une caractéristique formelle : il s'agit bien de l'analyse d'un contenu. Leibniz ne distingue pas dans la mathesis universalis, pour les raisons que nous avons vues, l'analyse des caractères de l'analyse des notions et cette indistinction est le fondement de sa considération comme «grammaire rationnelle».

Sous cette perspective, notre texte donne des indications très importantes sur le fonctionnement de la «logique» (telle, du moins, que Leibniz l'étudie ici, dans un modèle). L'analyse des notions y apparaît comme coupée en deux, selon que ces notions réfèrent à des connotations ou à des termes. Cette distinction sera très utile par la suite : l'analyse des notions et l'analyse des vérités peuvent s'articuler l'une à l'autre dans la *mathesis* de deux façons, selon qu'on s'intéresse aux relations non interprétées (notions syncatégorématiques) ou aux termes (notions catégorématiques, qui peuvent également être des relations). Les exemples qui précèdent indiquent clairement que la première ne nécessite pas d'avoir achevé l'analyse jusqu'aux éléments derniers. Cette séparation est particulièrement apparente dans notre texte. Plus profondément, l'articulation des deux analyses indique que le passage d'un niveau à l'autre peut révéler la nature intimement relationnelle des termes eux-mêmes, dont la résolution dans leurs éléments derniers ferait ressortir l'harmonie. C'est sur ce nouveau motif que s'ouvre la seconde partie du fragment.

*

Après avoir traité des notions syncatégorématiques, Leibniz passe tout naturellement aux notions catégorématiques. Mais il indique d'emblée la complexité de ce passage : de fait, il n'opère pas simplement des relations aux termes, mais des connotations aux notions simples, qui peuvent être ou bien primitives ou bien secondes 124. D'autres nuances peuvent être apportées : ainsi les nombres, quantités primitives par excellence, peuvent être traités comme vrais ou comme fictifs (vel vero, vel fictitio). Sous cette deuxième appellation, il faut entendre précisément l'exemple que nous venons de croiser avec l'indexation, qui permet d'utiliser les signes numériques comme représentants d'un ordre. Cet «usage» indique que le passage des termes simples aux termes complexes n'a pas encore été conçu adéquatement, que la mathesis universalis ou algèbre est loin d'être achevée et que la présentation des notions syncatégorématiques était emplie de défauts : *Unde patet* fuerit Algebra, cum ne modus quidem simplices terminos exprimendi bene fuerit constitutus, ut taceam tot alios in Connotationibus defectus hic suppletos, et alias supplendos [GM VII, 61]. On voit les dangers d'une approche qui chercherait à dériver la mathématique de la logique, alors que le projet de Leibniz va clairement dans le sens contraire. Il faut creuser dans l'appareil symbolique de la *mathesis* pour comprendre ce que doit être la logique propre de ses notions constitutives.

Il n'y alors guère de surprise à voir donner comme exemple le traitement combinatoire des coefficients des équations que permet la notation fictive et où s'indiquent des relations profondes que la notation littérale masquait. On sera encore moins surpris de voir alors proclamé la supériorité de l'Art combinatoire sur l'algèbre spécieuse qui n'en apparaît que comme un «échantillon» : Hinc etiam prodit ignorata hactenus vel neglecta subordinatio Algebra ad artem Combinatoriam, seu Algebrae Speciosae ad Speciosam generalem, seu scientiae de formulis quantitatem significantibus ad doctrinam de formulis, seu ordinis, similitudinis, relationis, etc. expressionibus in universum, vel scientiae generalis de quantitate ad scientiam generalem de qualitate, ut adeo speciosa nostra Mathematica nihil aliud sit quam specimen illutre Artis Combinatoriae seu speciosae generalis 125.

Mais il ne faut pas non plus se laisser porter trop loin par ces déclarations et manquer le développement propre de cette seconde partie. La tentation est grande, en effet, d'arrêter en ce point l'analyse – et nombreux sont ceux qui semblent y avoir succombé depuis Couturat. On pourrait alors poser l'identification idéale de la *mathesis universalis*

¹²⁴ GM VII, 59, l. 15-18.

¹²⁵ GM VII, 61. Même déclaration dans la *Praefatio* [GM VII, 51].

authentique et de l'art combinatoire, «science universelle de l'ordre, de la similitude et de la relation». Or cette lecture, invariablement reproduite, revient à dire que Leibniz n'est pas capable de produire, contrairement à ce qu'il prétend, une mathématique *vraiment* universelle et qu'elle ne pourrait être réalisée qu'avec l'achèvement de l'art combinatoire luimême. Pour défendre une telle interprétation, il faut alors passer sous silence le fait que le constat d'imperfection de l'analyse des notions syncatégorématiques sert pourtant de départ à une longue reconstruction *ab ovo* de la *mathesis universalis*, qui forme le corps de l'exposé et correspond bien à la démarche annoncée (décrire les lois de formation des propositions à partir des lois structurant les notions). Au moins faudrait-il vérifier ou bien que ce développement relève de l'art combinatoire comme tel – ce qui est immédiatement démenti du fait qu'il ne traite très explicitement que des quantités ; ou bien qu'il n'est pas le projet d'une mathématique vraiment universelle – ce dont la preuve attend toujours d'être administrée.

Commençons par remarquer que le second moment reprend les différentes notions présentées dans le premier sous une forme différente. Ainsi l'addition, première des règles de formation, est-elle désormais définie par rapport aux notions simples : elle est une conjonction de quantité 126 ; de même la multiplication n'est-elle pas introduite comme opération formelle, mais comme abréviation d'une addition, dans le cas particulier où les termes additionnés coïncident (a + a = 2a). On voit alors immédiatement que le nombre trouvé comme facteur peut bien être égal à la quantité choisie, ce qui donne la notion de carré, puis plus généralement celle de puissance. Suit alors une rapide explication des «dénominations» usuelles des puissances, dont Leibniz explique qu'elles désignent en fait la résolution de l'exposant en facteurs premiers (ainsi biquadraticubus signifie a^{2,2,3} ou a¹²). On peut alors généraliser aux termes non-égaux, ce qui donne la notion de rectangle (ab), qui ne pourra pas dépasser le solide en géométrie pure, mais peut comprendre un nombre infini de dimensions «dans la nature» où le nombre de facteurs ne reçoit pas de limitation 127. On pourra donc définir des rectangles de dimension 2 (ab), 3 (abc), 4 (abcd), etc. Il en résulte immédiatement que la construction générale peut être présentée sous une forme

¹²⁶ Ibid. p. 61 : Prima formatio est per signum +, ut si ex a et b conjunctis per additionem seu simul sumtis fiat a + b. Cette définition, on le voit, entend donner le fondement logique de l'addition comme conjonction. Mais elle doit alors faire intervenir un espace de «simultanéité», où s'indique la difficulté à fonder les relations entre nombres hors de cette intuition géométrique. Nous devrons revenir par la suite sur cette difficulté.

¹²⁷ Imo etsi in Geometria non dentur nisi tres dimensiones, tamen in rerum natura dantur plures. Sint enim duo rectangula solida abc et lmn, prius ex auro, posterius ex argento, et pondus rectanguli solidi prioris ad pondus rectanguli solidi posterioris fore ut abcd et lmnp, adeoque etsi spatia non sint nisi trium dimensionum, pondera tamen esse quatuor dimensionum. Quodsi impetus, motus, vires horumque varios gradus aut varias species adjungamus, possunt dimensiones multiplicari in infinitum (p. 62).

combinatoire, les puissances apparaissant dans les cas particuliers où des facteurs sont égaux. On peut alors proposer un tableau exhaustif des combinaisons pour un degré fixé¹²⁸. Une fois cette construction des formes simples faite, il est alors possible de passer aux formes composées, c'est-à-dire aux polynômes, construits selon les deux règles de formation que sont la loi d'homogénéité et la loi de justice¹²⁹.

Ce premier moment nous indique de la manière la plus claire qui soit que Leibniz s'est engagé dans une reformulation de la *mathesis universalis* à partir de l'art combinatoire, comme il l'avait annoncé, et ne s'est pas cantonné à des déclarations programmatiques, que le commentateur aurait à réaliser à sa place. La procédure en est bien celle d'une construction des objets à partir de lois de formation (formatio) qui permet de retrouver une part des notions syncatégorématiques, généralement posées à titre d'opérations primitives. Mais force est de remarquer qu'il ne s'est agi jusqu'à présent que des opérations explicites où l'objet est donné par la construction. Ce n'est évidemment pas toujours le cas en algèbre et il faudra donc distinguer, dans le cas des formations complexes, des opérations indicatives, où l'on ne peut pas trancher sur la possibilité de la construction indiquée. C'est l'occasion d'un nouveau développement à partir de la distinction entre opérations progressives ou régressives. Sous cette distinction émergent, en effet, les quantités négatives, rompues, sourdes, transcendantes et insassignables (ou infinitésimales), dont la possibilité n'est pas assurée par l'opération elle-même. Leibniz fait alors remarquer, de manière très intéressante, que les quantités transcendantes, qui sont «plus sourdes que les sourdes», supposent toujours l'intervention de l'infini¹³⁰. Cela justifie la répartition inaugurale de la Mathesis universalis en science du fini ou algèbre et science de l'infini, pars superior dont le calcul différentiel est l'instrument nouveau¹³¹.

¹²⁸ Par exemple, les rectangles de degré 4 seront : a⁴ (biquadratum) ; a³b (cubo simplex) ; a²b² (bibinio) ; a²bc (quadratobinum) ; abcd (quaternio) (p. 63).

¹²⁹ La seconde loi impose ici que les facteurs puissent être traités de manière symétrique. Théoriquement, cela oblige à ce que les types de combinaison entre facteurs soient tous présents pour une même forme (binio, ternio oubibinio, tribinio, etc.) et un même degré, mais Leibniz indique qu'on peut «corriger» une formule pour qu'elle satisfasse cette loi : par exemple, a²b doit être complété par ab² pour satisfaire la loi de justice. Comme pour le cas de l'homogénéité, ces règles n'ont de justification que combinatoire. Elles permettent d'ailleurs à Leibniz d'insérer une brève indication sur le traitement combinatoire général des équations (GM VII, 67). Sur ces lois sous leur forme la plus générale, cf. A. Robinet, Architectonique disjonctive, automates systémiques et idéalité transcendantale dans l'œuvre de G.W. Leibniz, p. 313-315.

¹³⁰ Dantur et quantitates transcendentes, ipsis ut ita dicam surdis surdiores, quae tamen in Geometria et natura actu ipso exhibetur (p. 68).

¹³¹ Itaque Matheseos universalis pars superior revera nihil aliud est quam Scientia infiniti, quatenus ad inveniendas finitas quantitates prodest. Unde merito visa est viris ingeniosis aliquid mirabilius, et ut sic dicam divinius in se habere. Et cum inter potissima Matheseos universalis superioris instrumenta sit calculus differentialis a me introductus, de quo suo loco (p. 69).

Le plus remarquable est alors de constater que la *mathesis universalis* non seulement ne s'identifie pas, même sous sa forme réformée, à l'art combinatoire, mais surtout constitue très exactement ce qu'elle a toujours été : une théorie générale des quantités. De cette théorie générale, on retiendra surtout une thèse sur laquelle Leibniz reviendra souvent : les indications obtenues par les opérations régressives peuvent généralement s'évanouir et laisser place à des quantités explicites – ce qui résulte du fait, remarquable, qu'elles contiennent ces quantités à titre de cas particulier¹³². Ainsi le travail de la mathématique apparaît-il comme l'effort pour ramener des problèmes indéterminés à des déterminations de plus en plus précises¹³³. Cette remarque est extrêmement stimulante : même si Leibniz n'a pas les moyens de proposer une véritable construction de toutes les quantités, il n'en perçoit pas moins très finement que cette construction n'est pas impossible, si l'on possède une manière de déterminer chaque objet irrégulier à partir des objets réguliers.

Mais nous aimerions surtout indiquer, pour finir, que cette conception étroite, qui se retrouve, en fait, dans tous les textes détaillés sur la mathesis universalis 134 ne fait rien perdre de son intérêt. De fait, il ne faut pas prendre prétexte de la déception qu'apporte la seconde partie de l'exposé à qui voudrait y lire le déploiement programmatique du calcul universel, pour oublier subrepticement le programme logique sous lequel devait être placé le traité. Il s'agissait, en effet, d'exhiber rien moins que la logique des mathématiques, prototype de toute grammaire rationnelle. Or l'analyse de détail nous indique que la mathesis universalis présente bien un fonctionnement logique exceptionnel, du fait que l'analyse des vérités et l'analyse des notions peuvent s'y articuler l'une à l'autre. Mettre cette logique sous la dépendance d'une logique plus large, comme l'ont fait les lectures logicistes, revient à supposer donné ce que Leibniz programme ici à partir des mathématiques. Car il apparaît clairement que la mathesis universalis constitue le seul «échantillon» existant de ce type de Logique. Quant à étendre cette logique à d'autres domaines, c'est précisément ce que Leibniz n'a jamais été capable de faire, malgré ses très nombreuses tentatives pour analyser les «premiers termes et les premiers attributs». Aussi doit-on être sensible ici à une distinction essentielle : la dépendance de l'algèbre à l'art combinatoire est assurée dans la

¹³² Unde patet, indicationes regressivas hoc habere, ut explicatione facta saepe possit evanescere signum regressivi, atque adeo sub fractis in speciem contineri integros, sub irrationalitatibus in speciem vel Radicalibus contineri posse et rationales; quemadmodum et suo loco patebit, sub transcendentibus in speciem contineri etiam posse ordinarias quantitates (p. 71).

¹³³ Cette tâche sera très clairement énoncée par les *Elementa nova* : *Itaque arte opus est, ud id quod quaerimus quaeramus via, quae ipsi soli sit propria* [A VI, 4, A, 522, 15-16. Souligné par Leibniz].

¹³⁴ Voir plus bas l'analyse des *Elementa nova matheseos universalis* et du fragment *Mathesis generalis est scientia magnitudinis*.

première partie de l'étude, où il ne s'agit que des notions syncatégorématiques (c'est-à-dire qui ne tirent pas leur signification d'elles-mêmes, mais fonctionnent comme des «connotations»). Dans ce cadre, il ne s'agit nullement de faire émerger une science pure de la relation (de l'ordre et de la similitude), mais de son *expression* ou *formule*. Pour que cette *expression de l'ordre* puisse permettre de déployer une logique universelle, il faut évidemment pouvoir s'assurer de la *vérité* des formules. C'est précisément ce que va permettre de faire la *mathesis* dans la partie où elle construit ses relations à partir des termes simples, mais dont il ne semble pas que nous possédions d'autres exemples. Or il faut insister sur le fait que cette vérité n'est pas fondée dans le pur déploiement syntaxique des formules. Leibniz y insiste fortement en ouverture de son dernier développement : dans la mesure où les opérations ne sont pas toutes progressives, le seul moyen que nous pouvons avoir de nous assurer de la vérité de leur résultat est ou bien le calcul exact (par nombre), lorsque cela est possible, ou bien l'attestation d'existence de l'objet par la géométrie et la nature 135.

3.4. L'art combinatoire dans la mathesis universalis

Nous ne pouvons quitter ce premier moment sans mentionner un dernier texte qui ne porte pas directement sur la mathesis universalis, mais lui confère néanmoins une place centrale et ouvre un chemin vers sa redéfinition : le De ortu, progressu et natura algebrae¹³⁶. Il est tout à fait remarquable que la principale préoccupation de Leibniz, une fois rappelée l'identité de l'algèbre et de la science universelle des quantités, y soit encore de la distinguer de l'art d'inventer : Multo magis aberrant qui Algebram pro arte inveniendi et tanquam omnium Scientiarum humanarum principem venerantur¹³⁷. Nous trouvons ici une confirmation importante d'une de nos hypothèses directrices : Leibniz a rencontré, avec Tschirnhaus et Prestet, un programme d'identification de la logique et de l'algèbre contre lequel il s'est opposé avec force et qui a dirigé pour une grande part son intérêt pour la mathesis universalis. Car il est non moins remarquable que soit rejetée ici de manière explicite la confusion promue par ses adversaires :

Cependant, il ne faut pas confondre, semble-t-il, Algèbre et *Mathesis universalis*. Si la *mathesis* traitait seulement de la quantité, c'est-à-dire de l'égal et de l'inégal, des rapports et proportions, rien n'empêcherait de considérer l'Algèbre (qui traite de

¹³⁵ Utrum vero res per Calculum exacte fieri queat, an vero tantum organice per Geometriam et Naturam, tum demum apparebit, cum accedet literarum explicatio per numeros speciales [GM VII, 69].

¹³⁶ GM VII, 203-216. De ortu, progressu et natura algebrae, nonnullisque aliorum et propriis circa eam inventis.

¹³⁷ GM VII, 206; dès GM VII, 203: Errant etiam qui ab ea quidvis sibis pollicentur et de viribus ejus sentiunt immoderati et pro arte invendiendi atque analysi in universum ac scientiarum principe habent.

la quantité universellement) comme sa partie générale. Mais, à la vérité, il semble que tombe sous la *Mathesis* tout ce qui tombe sous l'imagination, en tant que conçu distinctement, et par conséquent il y est traité non seulement de la quantité, mais aussi de la disposition des choses ¹³⁸.

Or cette définition large de la mathesis universalis suppose que l'ars combinatoria, comme science universelle de la qualité y soit désormais inclus : «c'est pourquoi, si je ne me trompe, deux parties doivent être distinguées dans la Mathesis generalis, l'Art combinatoire qui traite universellement de la variété des choses et des formes ou qualités, en tant qu'elles sont sujettes à un mode de raisonnement distinct, et la Logistique ou Algèbre qui traite de la quantité de manière universelle» 139. On voit les dangers d'une conception dans laquelle l'art combinatoire reste invariablement dans une position de surplomb pour figurer une inaccessible Logique formelle. Le principal intérêt de ce texte est d'expliquer, mieux que le précédent, le nerf de l'argument. De fait, il s'agit surtout de faire valoir, de l'intérieur de la mathesis et même dans l'algèbre elle-même, le règne de la relation qui déborde le cadre opératoire de la seule doctrina rationum¹⁴⁰. La science de la qualité ou de la forme n'opère pas ici de l'extérieur, au point où la mathesis échoue. Elle indique assurément la possibilité d'un calcul universel, au sens où le calcul s'avère de facto indépendant de la seule quantité. On peut d'ailleurs donner des exemples de ces calculs dans la géométrie (caractéristique géométrique) ou dans la logique (calcul des figures et des modes, où les lettres représentent des propositions), mais ces exemples restent liés, y compris dans le cas du calcul logique, au modèle mathématique ¹⁴¹. De ce point de vue, l'art caractéristique n'apparaît pas comme une discipline formelle, dont la mathesis devrait être dérivée, mais comme une discipline méthodologique, heuristique, qui permet de comprendre le fonctionnement propre de la mathesis. C'est pourquoi Leibniz dit avoir pris l'habitude de la comparer à une logique. Nous retrouvons ici le mouvement du traité de Mathesis universalis plus clairement exposé. Suit

¹³⁸ Interim Algebra cum Mathesi universali non videtur confundenda. Equidem si Mathesis de sola quantitate ageret sive de aequali et inaequali, ratione et proportione, Algebram (quae tractat quantitatem in universum) pro parte ejus genrali haberi nihil prohiberet. Verum mathesi subesse videtur quicquid imaginationi subest, quatenus distincte concipitur, et proinde non tantum de quantitate, sed et de dipositione rerum in ea tractari [GM VII, 205].

¹³⁹ Itaque duae ni fallor sunt partes Matheseos generalis, Ars combinatoria de rerum varietate ac formis sive qualitatibus in universum quatenus distinctae ratiocinationi subjincantur, deque simili ac dissimili, et Logistica sive Algebra de quantitate in universum [GM VII, 205-206].

¹⁴⁰ GM VII, 206.

¹⁴¹ Sed et Calculus in universum et ars characterum longissime distat ab Algebra; imo certum est, ne omnem quidem calculum Mathematicum ab Algebra et a Numeris pendere. Dantur enim Calculi quidam ab hactenus usitatis plane diversi, ubi notae non quantitates sive numeros definitos vel indefinitos, sed alias plane res, verbu gratia puncta, qualitates, respectus significant. Exempli gratia (ut taceam calculum figurarum et modorum in Logica, ubi literae significant propositionum quantitates et qualitates) datur analysis quaedam peculiaris calculusque sui generis Geometriae proprius a me excogitatus, ab omni hactenus recepto toto coelo diversus, non quantitates sed situs directe exprimens [GM VII, 207].

d'ailleurs un rapide résumé des thèses élaborées au sujet des termes simples, selon qu'ils se combinent par des opérations analytiques ou synthétiques. Mais le très grand avantage de ce fragment est surtout de ne pas s'arrêter à ce point et de donner des indications sur les niveaux laissés en friches : celui des énoncés et celui des méthodes.

Pour le premier aspect, on notera surtout que l'hypothèse de la transparence du raisonnement aux transformations opératoires du champ, qui fonderait cette conception logique, est explicitement avancée par Leibniz. Aussi son nom propre sera-t-il syllogisme algébrique:

Les Syllogismes algébriques sont des collections formées des rapports des uns et des autres, c'est-à-dire les transformations, corrections, réduction des proportions, équations et analogies, l'introduction ou l'abrogation de la loi d'homogénéité, le fait de produire ou d'enlever les considérations d'unité, l'invention d'une commune mesure, la conversion des équations en analogie et réciproquement, les limites des équations ou la manière de recueillir une borne à partir d'une égalité, et réciproquement ; la réduction de plusieurs équations à une seule ou au moins à très peu ou l'élimination d'une lettre, et réciproquement, la dispersion des équations en plusieurs par l'introduction de lettres nouvelles, ensuite l'extraction des racines à partir des équations afin de déterminer une valeur pure, autant que faire se peut simple, qui est la plus absolue pour ces équations 142.

Pour le second, le point remarquable est de voir rappeler la distinction fondatrice entre problème déterminé et indéterminé, d'où l'algèbre fait valoir son réel privilège logique:

Mais la *Méthode* elle-même qui dirige l'économie de tout le calcul, doit indiquer dans quel ordre et par quels termes, relations et transformations de rapports on doit procéder afin d'obtenir ce qui est recherché à partir des données, et cela ou bien exactement (par des expressions que la nature de chose permet) ou bien par des approximations : il faut alors considérer quels problèmes sont définis, lesquels sont définis de manière ambiguë (ce qui est la source des irrationalités) et lesquels sont totalement indéfinis ; auquel cas on peut le satisfaire néanmoins momentanément par quelque série entière ou un lieu (pourvu que les conditions proposées soient suffisantes pour le définir également) ou bien encore un maximum ou un minimum dans celui-ci ¹⁴³.

¹⁴² Syllogismi Algebraici sunt collectiones unius harum habitudinum ex alia, verbi gratia transformationes, emendationes, depressiones proportionum, aequationum et analogiarum, introductio vel abrogatio legis homogeneorum, ablegata vel adhibita unitate, inventio communis mensurae, conversio aequationis in analogiam vel contra, limites aequationum seu collectio majoritatis ex aequalitate, et contra; reductio plurium aequationum ad unam ultimam vel saltem ad pauciores seu sublatio literarum, et contra dispersio unius aequationis in plures assumtis literis novis, denique extractio radicum ex aequationibus per inventionem valoris puri, quantum licet simplicis, quae est aequationum absolutissima [GM VII, 208].

¹⁴³ Methodus autem ipsa quae oeconomiam calculi totius dirigit, ostendere debet, quibusnam terminis, habitudinibus et habitudinum transformationibus et quo ordine sit utendum, ut ex datis quaesitum obtineatur, idque vel exacte (per expressiones quas natura rei patitur) vel per appropinquationes : ubi et considerandum est quaenam problemata sint definita, cum definita ambigua (qui fons est irrationalitatis) vel plane indefinita ; quo facto interdum satisfacit integra aliqua series seu locus (modo ad ipsum quoque definiendum conditiones adsint sufficientes) vel in eo maximum et minimum [GM VII, 209]. La suite s'occupe à indiquer comment rendre, autant que faire se peut, les conditions suffisantes pour assurer la détermination.

Ces indications achèvent l'étude de la *mathesis universalis*, au sens où l'algèbre en constitue le trait privilégié. On voit, en effet, qu'un chemin peut être aisément tracé depuis les premières études sur l'art caractéristique *dans* la mathématique universelle à celle où la constitution d'éléments nouveaux s'inaugure. En étudiant le fonctionnement symbolique de l'algèbre, Leibniz a fait un constat fondamental : l'algèbre n'est qu'un cas particulier dans le fonctionnement général de la représentation, mais cette particularité fait aussi son privilège logique puisque les caractères y sont exacts. Tout l'enjeu est de voir dans quelle mesure on peut exporter ce régime symbolique hors de son premier contexte d'émergence et étendre ainsi le champ de la détermination.

B. UNE NOUVELLE MATHESIS UNIVERSALIS

1. LA MATHESIS VRAIMENT UNIVERSALIS

Les textes où Leibniz expose une nouvelle mathesis universalis se répartissent en trois groupes : une première série d'indications que nous connaissons bien, celles des projets encyclopédiques, la place tantôt au rang des commencements (initia), tantôt au rang des échantillons de la «science générale» ; ils insistent sur le fait que la mathesis universalis de Leibniz (mea Mathesis generalis)¹⁴⁴ est inséparable de la constitution de nouveaux «calculs» et devra notamment s'élargir à une «science de la qualité»¹⁴⁵ ; une seconde série de textes, eux aussi très allusifs, s'occupe à critiquer la physique cartésienne et à reprocher à ses partisans de n'avoir pas connu la vraie «estime des raisons» ou authentique mathématique universelle. L'idée se retrouve dans la Praefatio publiée par Gerhardt et devait donc constituer un des motifs du traité que Leibniz avait projeté d'écrire sur la question¹⁴⁶. Enfin, ces deux séries convergent – conceptuellement, car chronologiquement certains de ces textes lui sont postérieurs – vers le grand fragment des Elementa nova matheseos universalis qui en développe apparemment les différents aspects et auquel il faut faire une place à part.

A première vue, la constitution d'éléments nouveaux de mathesis universalis se fait alors au titre d'un nouveau calcul symbolique : «Ces éléments de Mathesis universalis diffèrent de la Spécieuse connue jusqu'à présent bien plus que la spécieuse de Viète et Descartes diffère elle-même de celle des anciens» 147. L'ouverture des Elementa nova, s'inscrit alors remarquablement dans la ligne directrice de la réflexion reçue à cette époque : peut-on ou non accepter l'identification de la mathesis universalis et de l'algèbre symbolique, telle qu'elle a été promue dans l'école cartésienne et telle que Leibniz lui-même l'a abondamment étudiée ? La réponse est évidemment négative. De fait, il n'est pas possible de

¹⁴⁴ A VI, 4, A, 443. Initia et specimina scientiae novae generalis.

¹⁴⁵ Initia scientiae generalis. Conspectus speciminum (été à automne 1679?) [A VI, 4, A, 362 sq.]; Guilielmi Pacidii Plus Ultra [A VI, 4, A, 673 (avril à octobre 1686?)]. Sur la place de la mathesis universalis dans les projets encyclopédiques de Leibniz, voir M. Schneider, art. cit., p. 162-169.

¹⁴⁶ GM VII, 50.

¹⁴⁷ A VI, 4, A, 513 : Haec Elementa Matheseos Universalis, multo plus different a Speciosa hactenus cognita, quam ipsa Speciosa Vietae aut Cartesii differt a Symbolica veterum.

limiter la mathesis universalis à la seule science de la grandeur, comme sa subordination à l'art combinatoire l'a clairement indiqué. Ainsi faut-il lui ménager un accès à la forme, par le biais de la similitude : Et vero similitudinis considerationem pertinet ad Mathesin generalem non minus quam aequalitatis. Prenons garde que cette «forme» n'intervient pas nécessairement au titre de la «science des formes et des formules», mais opère sur un cas précis (ex eo patet Mathesis specialis, qualis est Geometria, saepe investigat figurarum similitudines). Ainsi ne faut-il pas manquer que le «calcul» visé par la nouvelle mathesis universalis reste mathématique : «La Méthode indiquera ici un Calcul Géométrique permettant d'atteindre également à ces problèmes qui transcendent l'Algèbre (telle qu'elle a été reçue jusqu'à présent)» 148. C'est cette extension de l'analyse mathématique de l'algébrique au transcendant qui permet d'ailleurs de poser d'emblée l'irréductible excès du combinatoire sur l'algébrique pur : «On y traitera de la Synthèse et de l'Analyse, c'est-à-dire de la Combinatoire autant que de l'Algèbre» (Tradetur et Synthesis et Analysis, sive tam Combinatoria, quam Algebra)¹⁴⁹. Les Elementa nova ne se limitent donc pas à une simple redite du programme de caractéristique universelle qui annonce depuis si longtemps l'extension de la spécieuse de Viète et Descartes¹⁵⁰. Ce programme a assurément joué un rôle moteur dans le travail de Leibniz, mais il n'en faut pas moins remarquer que son succès est ici corrélé à une extension du contenu propre de la mathesis, dont le «Calcul géométrique» est l'exemple privilégié. Aussi faudra-t-il garder à l'esprit que la *mathesis universalis* est alors rapportée, dans son acception la plus large, à «la méthode permettant de déterminer exactement une chose à l'aide de celles qui tombent sous l'imagination». C'est pourquoi, d'ailleurs, elle peut être appelée la logique de l'imagination¹⁵¹. Elle ne saurait donc se limiter à un simple traitement de la quantité (mathesis universalis au sens étroit), puisque l'imagination comprend la qualité et la quantité¹⁵²; mais pas plus à un pur calcul symbolique, au sens alors donné à l'art

¹⁴⁸ Ostendetur hic Methodus Calculum Geometricum ad illa quoque problemata porrigendi quae Algebram (hactenus receptam) transcendunt (ibid.).

¹⁴⁹ On remarquera dans la phrase qui précède le *hactenus recepta* qui indique qu'une autre algèbre («universelle», analyse générale) est possible, ce que confirme la seconde affirmation où analyse en général et Algèbre sont tout simplement identifiées. Il faut garder en mémoire, par ailleurs, que transcendant ne désigne pas ici, comme aujourd'hui, un nombre (qui ne serait racine d'aucune équation à coefficients rationnels ou réels), mais, plus généralement, un type de problème qui excède l'algèbre ordinaire.

¹⁵⁰ Dès la Lettre à Oldenburg de 1673 [A II, 1, 240].

¹⁵¹ Elementa Nova Matheseos Universalis A VI, 4, A 513/C348: Mathesis universalis tradere debet Methodum aliquid exacte determinandi per ea quae sub imaginationem cadunt, sive, ut ita dicam, Logicam imaginationis.

¹⁵² A VI, 4, A, 514: Imaginatio generaliter circa duo versatur, Qualitatem et Quantitatem, sive magnitudinem et formam; secundum quae res dicuntur, similes aut dissimiles, aequales aut inaequales. Et vero similitudinis considerationem pertinet ad Mathesin generalem non minus quam aequalitatis, ex eo patet Mathesis specialis, qualis est Geometria, saepe investigat figurarum similitudines.

combinatoire, puisqu'elle opère dans le cadre de l'imagination 153. D'après les premiers développements qu'en présente Leibniz, elle relève plutôt d'une analyse des types de relations qui peuvent lier entre elles des choses imaginées, les choses purement intelligibles – le «purement» est de Leibniz – étant exclues de droit de ce type d'enquête 154.

Avant d'entrer dans le détail de l'analyse, il faut d'abord remarquer la reprise d'un dispositif qui, dans ces grandes lignes, n'est pas aussi éloigné des Regulae qu'on aurait pu l'attendre : non seulement, il s'agit bien de rapporter la logique à «l'aide de l'imagination», qui finit ici, achevant le mouvement lancé par Proclus, par définir la mathesis universalis; mais surtout un rapide survol de la classification des relations indique qu'elle repose sur deux types de la comparatio qui peuvent être établis entre les similia – dont nous étudierons la définition par la suite – selon qu'elle fait appel ou non à un troisième terme. Or il s'agit bien de distinguer une comparaison immédiate et une comparaison nécessitant un troisième terme¹⁵⁵. Se retrouve ici la distinction fondatrice entre ordre et mesure dans le domaine de l'imagination, telle qu'elle structurait chez Descartes le domaine de la magnitudo et servait de soutien à la mathesis universalis. De ce point de vue, l'entreprise de Leibniz apparaît comme une extension de la *mathesis universalis* au sens propre ; elle semble poursuivre le dispositif cartésien pour l'étendre au domaine de la qualité - extension explicitement interdite par Descartes pour les raisons que nous avons vues - par l'intervention d'une notion antérieure à celle d'ordre entre grandeurs : la *similitude*¹⁵⁶. Leibniz va alors proposer d'isoler une structure entre imaginables qui soutienne une définition plus large de la comparatio et qu'il va rapporter à l'idée générale de correspondance (respondentia). Comme nous le verrons, cette «structure» n'est pas une relation à proprement parler puisqu'elle est un lien établi entre deux relations. Nous retrouvons donc ici, au cœur de la nouvelle mathesis universalis, le noyau dur isolé dans l'ancienne : la correspondance entre systèmes relationnels.

Mais là n'est pas le seul geste remarquable pour qui a étudié les *Regulae* dans leurs recoins les plus obscurs ; car Leibniz ne se contente pas ici de généraliser les types de

¹⁵³ On comparera notamment avec le fragment intitulé : De artis combinatoriae usu in scientia generali [A VI, 4, A, 510-512], cité plus haut, n. 107.

¹⁵⁴ Ibid., l. 1 : Itaque hic excluduntur Metaphysica circa res pure intelligibiles, cogitationem, actionem. Ce qui pose le problème de déterminer comment cette réflexion pourra ensuite s'y appliquer, comme l'avancent la plupart des auteurs qui traitent de la mathesis universalis.

¹⁵⁵ l. 9 : Discernuntur tamen silimia comparatione, quae fit tum compraesentia comparandorum, tum ipsius tertii compraesentia cum utroque.

relations primitives, il les rapporte systématiquement à la surface d'inscription où ces «concepts» se projettent et qui est donnée par l'idée fondatrice de *co-présence*. Contrairement au dispositif cartésien qui ne faisait intervenir l'aide de l'imagination que de manière seconde, puisque le fonctionnement propre du raisonnement mathématique en était supposé indépendant, Leibniz s'établit directement dans l'hypothèse spéculaire : l'espace du géomètre y fournit une surface idéale où les concepts (comme «rapports») vont venir se «réfléchir»¹⁵⁷. La *mathesis universalis* est alors susceptible de devenir une véritable logique de l'imagination — où nous ne devons plus entendre une logique appliquée au domaine des imaginables, mais bien une logique du fonctionnement propre de l'imagination mathématique comme système général de la coexistence des objets.

Il faut insister sur ce point où notre lecture tentera d'établir son point de vue. L'ouverture des *Elementa nova* s'occupe à un classement des différents types de relations mathématiques (similitude, congruence, égalité, etc.), qui n'est pas sans évoquer nombres d'entreprises de classifications et de définitions engagées tout au long de l'œuvre. Cette approche s'accorde, en apparence, au projet d'une «caractéristique universelle» nécessitant l'établissement d'un catalogue «des premiers termes et des premiers attributs» et sur lequel s'appuierait la possibilité d'un «calcul universel» 158. Lectures «encyclopédique» et «prospective» se rejoignent donc généralement sous cette perspective pour distinguer ici une des preuves que la *mathesis universalis* est bien le prototype d'une «logique des relations», ouvrant à un traitement logique plus général hors de leur champ d'application. Telle fut, on le sait, la lecture initiée par Couturat et qui se poursuit encore, plus ou moins explicitement, dans la plupart des études sur la *mathesis universalis* leibnizienne. Sous sa forme la plus riche, la *mathesis universalis* apparaît alors comme une «théorie des structures» 159. Mais cette interprétation se heurte, dès le début de notre texte, à trois

^{156 «}En élargissant ainsi le cadre de la Mathématique, Leibniz était fidèle, plus qu'il ne le croyait sans doute, à l'esprit, sinon à la lettre de la méthode cartésienne : car Descartes assignait pour objet aux mathématiques "la recherche de l'ordre et de la mesure"» (L. Couturat, *op. cit.*, p. 292)

¹⁵⁷ C'est d'ailleurs au sens propre que doit être prise ici l'idée d'un espace d'inscription puisque le système de la co-présence est la définition qui est donnée à cette époque du situs : «Lorsque deux points sont perçus simultanément, c'est leur situation mutuelle qui est par là même perçue». Le situs est alors la classe de similitude la plus fondamentale de la géométrie et toute distinction opère sur elle par co-perception [CG 229].
158 Voir notamment le texte intitulé «Définitions des premiers termes et des premiers attributs» (1680-1685?) où l'on voit très clairement comment la définition de la quantité, et plus généralement du système de relations qui se retrouve dans les Elementa nova s'intègre à une réflexion encyclopédique plus générale sur les premiers termes [trad. fr. R 100].

¹⁵⁹ La thèse défendue dans la *La Logique de Leibniz* était séduisante : Couturat y rappelait, tout d'abord, que les mathématiques ordinaires devaient être dépassées et notamment que la *mathesis universalis* des cartésiens apparaissait comme subordonnée à l'Art Combinatoire. Cet art combinatoire étant défini, à l'occasion, comme une science générale des formes et des formules, on pouvait en conclure que «la combinatoire ainsi conçue est la partie générale et formelle des mathématiques ; elle étudie toutes les relations qui peuvent exister entre des

difficultés: 1. tout d'abord, l'opposition de la quantité et de la qualité, de la grandeur et de la forme, n'opère pas ici au titre de l'opposition mathématique-logique, mais de l'intérieur de la mathesis, par exemple entre l'algèbre et le «calcul géométrique»; elle est très explicitement interne au champ de l'imaginatio; 2. de fait, la mathesis universalis est clairement limitée au domaine de l'imagination et explicitement opposée à la métaphysique, qui traite d'objets spécifiques comme la pensée et l'action: aucune mention d'un transfert n'est indiquée; 3. force est d'ailleurs de remarquer que les définitions proposées des différentes «structures» reposent effectivement sur l'imaginatio au sens où elles font intervenir à leur fondement la nécessité d'un système de co-présence sur lequel le fonctionnement opératoire de la comparaison va pouvoir ici s'appuyer. D'où la première question à la laquelle il nous faut répondre: la mathesis universalis de Leibniz pouvait-elle être, comme on l'a généralement cru, une théorie générale des relations?

1.1. Une «science générale des relations abstraites»?

Les rapprochements faits entre la classification des *Elementa nova* et des textes similaires indiquent clairement que nous sommes ici dans le champ ouvert par l'analyse du *situs*, dont une des tâches premières fut de définir les relations, comme la similitude et la congruence, qui structurent l'espace du géomètre¹⁶⁰. Il y a donc bien ici une théorie générale des relations *mathématiques*. Mais rien n'indique *a priori* qu'il soit possible de transférer immédiatement ces structures à des objets non imaginables. Bien plus, Leibniz va donner des indications assez claires sur l'impossibilité d'un tel transfert. La classification des relations s'ouvre, en effet, par le niveau de la forme ou qualité définie comme ce par quoi la chose se distingue par elle-même (*qualitates vero seu formae sunt quibus res per se discernuntur*). Sur cette base va se constituer une série de relations dont le critère de démarcation est la plus ou moins grande difficulté à discerner les objets : si l'on ne peut

_

objets quelconques, et leur enchaînement nécessaire et formel. En un mot, c'est la science générale des relations abstraites» (p. 299-300). En effet, il ne faut pas entendre par «forme» les seules formes mathématiques, «mais toutes les formes de la pensée, c'est-à-dire les lois générales de l'esprit» (p. 295). De là, on pouvait aisément conclure à l'identité, «au moins partielle», du mathématique et du logique : «c'est que (...) la Mathématique Universelle constitue, comme on l'a vu, la science générale des relations» (p. 317). Cette thèse est reprise, entre autres, par W. & M. Kneale, *The Development of Logic*, Oxford, Clarendon Press, 1962, rééd. 1984, p. 336 sq.; M. Schneider, *op. cit.*, p. 172; H. Burkhardt, *op. cit.*, p. 321, etc.

¹⁶⁰ M. Schneider, après L. Couturat, a proposé un très utile tableau comparatif entre les définitions des Elementa et différents systèmes de relations, tels qu'ils apparaissent dans la Caracteristica Geometrica (1679 ?); les Initia Mathematica (1682 ?); le Specimen Ratiocinatum Mathematicarum sine calculo et figuris (1682 ?); l'Analysis situs (1693 ?); le Specimen Geometriae Luciferae (1695 ?); l'In Euclidis ΠΡΟΤΑ et enfin les Initia Rerum Mathematicarum Metaphysica (1715), cf. art cit. p. 176-178.

discerner des objets en les mettant simplement en présence l'un de l'autre (c'est-à-dire s'ils apparaissent d'abord comme ayant «la même forme»), mais qu'ils peuvent néanmoins être discernés, alors on pourra les discerner par la quantité; si cette distinction n'opère ni sur la forme, ni sur la grandeur proprement dite, mais que les objets peuvent néanmoins être substitués l'un à l'autre, on dira qu'ils sont hypallèles ; si la similitude n'opère que sur les extrémités, on dira que les objets sont congruents (ce qui permet de définir l'égalité entre grandeurs); s'ils ne peuvent être distingués que par rapport à des repères extérieurs comme le lieu et le temps, ils ne diffèrent qu'en nombre ; enfin, s'ils ne diffèrent pas même en nombre, mais apparaissent pourtant comme des expressions différentes d'une même chose, ils sont coïncidents¹⁶¹. Au premier abord, la classification semble relever d'une hiérarchie de structures abstraites qui, partant du niveau de l'imagination, nous conduit à des niveaux de discernabilité où l'imagination n'intervient plus que de l'extérieur (choses différant solo numero, coïncidents). La progression s'accorde d'ailleurs remarquablement avec l'idée que la «logique générale» qui doit la sursumer prendra la forme d'un «calcul des coïncidents» et s'appuiera sur un système général d'entrexpression. Il semble donc qu'un passage nous soit ménagé par la mathesis universalis de la logique de l'imagination proprement dite à une logique générale réglant les objets qui ne relèveraient pas des imaginabilia. N'est-ce pas d'ailleurs ce qui avait été annoncé au titre d'une «méthode permettant de déterminer exactement une chose à l'aide de celles qui tombent sous l'imagination» ? Mais ce serait manquer une précision apportée par Leibniz qui va précisément interdire une telle confiance dans le processus «d'abstraction» : «Diffèrent en nombre les choses qui ne peuvent même pas être discernées entre elles, mais doivent être référées à des éléments extérieurs, comme le lieu et le temps ; et s'il existe des choses différant par le seul nombre dans la nature – par cela seul, par exemple qu'elles ne sont pas une, mais plusieurs – ce n'est pas le lieu [d'en traiter], car cela relève de la Métaphysique. Qu'il nous suffise de pouvoir inventorier ces choses dont les apparences ne peuvent être discernées ni par l'imagination, ni par les sens» 162 .

¹⁶¹ Similia sunt quae per se singulatim discerni non possunt; qualitates vero seu formae sunt quibus per se discernuntur. Discernuntur tamen similia comparatione, quae fit tum compraesentia comparandorum, tum ipsius tertii compraesentia cum utroque/Quando igitur res forma vel qualitate discerni non possunt, tunc si inter se discerni possunt (id est si plus quam numero differunt), discerni possunt Quantitate. Quae vero nec forma nec magnitudine discerni possunt, ea dici possunt Hypallela, qui unum alteri substitui potest, et si similitudo in sola extremorum consideratione consistit, dicuntur Congrua. (...) Numero differunt quae ne quidem comparatione inter se discerni possunt, sed referenda sunt ad externa locum scilicet et tempus (...) Cum autem res ne numero quidem differunt, etsi forte ne different expressione nostra seu diversae appareant diverso respectu, dicentur coincidentes [A VI, 4, A, 514].

¹⁶² A VI, 4, A, 514, 19-23: Numero different quae ne quidem comparatione inter se discerni possunt, sed referenda sunt ad externa locum scilicet et tempus, an autem dari res solo numero differente in natura, hoc solo scilicet quod revera

Cette incise, qui restreint la question de savoir s'il existe des choses différant solo numero (et a fortiori de réels coïncidents) à la seule métaphysique, est loin d'être négligeable, surtout aux premières lignes d'un traité qui doit porter sur la nouvelle mathesis universalis. Si, en effet, les seuls êtres différant solo numero que la mathesis universalis puisse discerner sont ceux dont *l'apparence* à l'imagination (et aux sens) est indiscernable, nous sommes reconduits au cas premier de la qualité ou forme, au sens étroit qu'a ici ce terme – c'est-àdire en tant qu'elle relève de l'imagination. De manière significative, il avait d'ailleurs été précisé d'emblée : «En conséquence, lorsque des choses ne peuvent être discernées par la forme ou qualité, mais qu'elles peuvent néanmoins être discernées entre elles (c'est-à-dire si elles diffèrent plus que par le seul nombre), alors elles peuvent être discernées par la Quantité» 163. La distinction par le nombre avait donc été assimilée dans le cas précis de la mathesis à la seule qualité ou forme, indiscernable par elle-même. Il en résulte que tous les types de distinctions proposées reposeront sur la détermination d'une quantité, à part la première qui se trouve néanmoins astreinte à la possibilité de la co-présence et de la comparaison. Sont dissemblables dans la mathesis des objets qui apparaissent comme distincts lorsqu'on les met l'un en présence de l'autre, sont semblables ceux dont l'apparence est indiscernable. Mais dans ce second cas, il reste de nombreuses manières de les discerner puisqu'ils peuvent être comparés par la quantité plutôt que par la qualité. C'est dans ce cadre étroit que des notions apparemment plus générales et abstraites, comme celle de coïncidence et d'expression, vont opérer par la suite. Le mathématicien n'a pas les moyens de discerner les objets qui diffèrent par la forme et ceux qui diffèrent solo numero, puisqu'il ne peut distinguer des formes qu'en les rapportant d'abord à l'espace de co-présence où leur singularité peut se manifester. En deçà de ce niveau, où les choses indiscernables par ellesmêmes diffèrent lorsqu'on les met en présence l'une de l'autre, la mathesis perd toute légitimité.

Il est tentant de s'en tenir néanmoins à l'idée d'une théorie des structures abstraites, en posant que le rapport que les objets entretiennent au temps et à l'espace doit se faire, dans les cas les plus indiscernables, dans une forme d'extériorité qui ne saurait donc les affecter. On pourrait ainsi envisager de «plonger» les objets dans l'espace et le temps pour étudier leur système de différences propres. N'est-ce pas d'ailleurs ce que Leibniz a fait en

non sunt unum, sed plura, non est hujus loci, sed ad Metaphysicam pertinet; nobis sufficit talia reperiri posse, quae imaginatione, sive sensuum apparentia discerni non possint.

¹⁶³ Nous soulignons l'incise. A VI, 4, A, 514, 11-12 : Quando igitur res forma vel qualitate discerni non possunt, tunc si inter se discerni possunt (id est si plus quam numero differunt), discerni possunt Qantitate.

rapportant son système des monades a autant de «points de vue», et donc de situs métaphysiques? Nous reviendrons sur ces difficultés par la suite. Remarquons simplement qu'une telle interprétation revient à perdre la différence entre les objets différents solo numero pour le métaphysicien et pour le mathématicien – différence qui ne peut pas être établie de l'intérieur du champ imaginatif. Car, plonger une chose dans l'espace n'est pas une opération indifférente. Cela revient, en effet, à capturer l'objet dans un espace de similitude associé à l'idée même de perception simultanée qui y règlemente le système de l'existence : «Lorsque nous percevons l'existence d'une chose, nous percevons du même coup qu'elle existe dans l'espace, c'est-à-dire que peuvent exister une infinité d'autres choses qu'on ne pourrait en aucune façon distinguer d'elle, soit ce qui revient au même, qu'elle peut se déplacer et se trouver dans un lieu aussi bien que dans un autre» 164. Que les substances plongées dans l'espace puissent différer intrinsèquement et ne soient pas affectées par cette opération supposerait que l'espace puisse soutenir par lui-même dans l'être et constituer un cadre absolu où insérer des objets, eux-mêmes subsistants par eux-mêmes. Or tel n'est pas le cas : l'espace est un système de l'apparence et il ne peut se donner, comme tel, que comme collection d'indiscernables. De plus, il est une apparence pour les substances et ne se donne donc jamais sous la forme d'une extériorité. En ce point, les lectures qui proposent un «modèle mathématique» du système métaphysique de Leibniz vont rencontrer une difficulté non négligeable. En reliant le système des distinctions à celui de la co-présence, Leibniz a mis à distance la possibilité de pouvoir y constituer des formes comme singulières. S'il existe des formes réellement discernables, le mathématicien n'aura aucun moyen de saisir cette singularité dont l'accès lui est précisément interdit¹⁶⁵.

Rien n'empêche évidemment, une fois réglée la question métaphysique de l'individuation, d'étudier le système *des apparences* qui adviennent à ces individus en tant qu'ils perçoivent. Il y a donc un sens à demander, par exemple, comment une monade *perçoit* le monde et il y a également un sens à dire que cette perception est un certain «point de vue». Le «monde» n'est alors que le système *commun* des apparences en tant que structuré par la stabilité des vérités mathématiques et le «point de vue» est le point mathématique

¹⁶⁴ CG 229. Nous soulignons.

¹⁶⁵ Par exemple, M. Serres a tenté d'établir l'existence d'un «système» de Leibniz, complexe, fondé sur la traduction des thèses. Or, comme il le rappelle en résumant son projet, une telle conception suppose la possibilité universelle de traduction de toute thèse dans une autre. Or il nous semble qu'une thèse comme : il y a des indiscernables est intraduisible métaphysiquement, cf. «Les anamnèses mathématiques» dans Hermès t. I, Minuit, 1968, p. 80 et 83. Sur le modèle de la métaphysique par le situs, voir M. Serres, Le système de Leibniz et ses modèles mathématiques, P.U.F, 1968, p. 151 sq.

d'où peut se déployer cet espace de co-existence¹⁶⁶. Mais cette régularité ne définit pas un «monde commun» des monades elles-mêmes sinon de manière dérivée. Seule «l'hypothèse des accords» permet d'assurer que le système des apparences s'accorde à la constitution interne des monades et qu'il correspond donc à une première forme de «communication» des substances individuelles entre elles. Mais, même sous cette hypothèse, la stabilité des phénomènes à laquelle nous donne accès la *mathesis* n'est qu'un aspect de la «communication» générale des monades qui n'est nullement limitée au domaine étroit de la perception distincte. Seuls le principe de raison et le principe du meilleur permettent d'assurer la complète intelligibilité de ce qui nous apparaît comme confus.

A supposer, d'ailleurs, que nous concevions les individus comme vivant dans un espace, rien ne pourrait nous dispenser de déterminer au préalable si nous posons les objets comme identiques ou différents, s'ils sont un ou plusieurs et pourquoi nous opérons ces distinctions 167. Plonger des objets dans l'espace et le temps pour déterminer leurs modes d'individuation comme «point de vue» serait simplement manquer la question métaphysique d'une individuation propre (interne). Or la voie métaphysique est pour Leibniz la seule manière d'envisager correctement ce problème. Bien plus, elle seule est à même de justifier la réalité d'un système de différences extrinsèques comme l'espace :

Il ne peut y avoir dans la nature deux choses singulières qui ne diffèrent que numériquement. Car il faut qu'on puisse en tout cas rendre la raison pour laquelle elles sont diverses, qui doit être tirée de quelque différence entre elles. C'est pourquoi ce que Saint Thomas a reconnu des intelligences séparées, dont il affirmait qu'elles ne diffèrent jamais par le seul nombre, doit se dire aussi des autres choses : et jamais ne se trouvent deux œufs, ni deux feuilles, ou deux graines dans un jardin, parfaitement semblables l'une à l'autre. Par conséquent, la similitude parfaite n'a lieu que dans les notions incomplètes et abstraites, où les choses sont prises en compte non à tous égards, mais selon une manière déterminée de les considérer : par exemple, quand nous considérons exclusivement les figures, nous négligeons bien la matière figurée ; c'est pourquoi deux triangles peuvent à juste titre être tenus pour semblables par un géomètre, quoiqu'il ne se trouve nulle part deux triangles matériels parfaitement semblables. Et bien que l'or ou d'autres métaux, les sels aussi et bien des liqueurs passent pour des corps homogènes, cela ne peut être admis pourtant qu'en gros et n'est pas en fait exactement vrai./Il suit aussi qu'il n'y a pas de dénominations purement extrinsèques qui n'aient en outre un fondement dans la chose même dénommée 168.

¹⁶⁶ Leibniz dit explicitement que les points mathématiques sont les points de vue des «points métaphysiques» dans le Système nouveau [GP IV, 482-483; Système nouveau de la nature et de la communication des substances, GF, 1994, éd. C. Frémont, p. 71].

¹⁶⁷ La notion d'unité dépend de la notion d'unicité qui dépend logiquement des notions d'identité et de différence : «la définition de *un* et de *plusieurs* suppose la définition de l'identité et de la différence dans la mesure où ce sont des notions plus simples» [trad. fr. R 449-450].

¹⁶⁸ R 460-461; C 519-520. Même argument dans le Discours de métaphysique [DM § IX].

Les structures mathématiques ne pourront donc pas être traitées «abstraitement», comme si la question de l'unité réelle et du système de l'expression (qui définit les coïncidents) y était réglée. L'intervention des notions abstraites fait basculer dans un autre régime de représentation dans lequel l'individuation réelle n'est plus possible. C'est un point où règne généralement un grand malentendu. En érigeant, en effet, la mathesis universalis comme une «application» d'une théorie abstraite des structures dans le champ de l'imagination, on constitue, par différence, une «ontologie formelle», catalogue de mondes possibles dans lequel le métaphysicien aurait simplement à puiser pour constituer, sur la base de principes architectoniques (principe d'économie, principe de raison suffisante, etc.) le meilleur des mondes possibles. La répartition des rôles est alors simple et rassurante : au mathématicien, la constitution de ces mondes comme pur déploiement de la «logique de l'imagination», au logicien la mise au jour de leur structure abstraite et des manières dont le raisonnement in forma peut les saisir pour permettre leur transfert à d'autres objets, indépendants de l'imagination («monde possible»), au métaphysicien le choix ultime commandé par les principes architectoniques.

En ce point, la décision sur la mathesis universalis emporte généralement avec elle une décision sur le «système» de Leibniz dans son entier, et réciproquement. S'y nouent, en effet, par l'intermédiaire des problèmes d'individuation (ou de discernabilité), les situations respectives de la mathématique, de la métaphysique et de la logique. C'est une des raisons pour lesquelles il est aujourd'hui urgent de rouvrir le dossier de la mathesis universalis leibnizienne. En particulier, il est très frappant de constater que l'acceptation si courante du modèle précédent, au titre de l'identification entre caracteristica universalis, mathesis universalis et ars combinatoria, s'accompagne rarement d'une réelle prise de conscience de la métaphysique qu'elle induit et qui est bien éloignée de celle que Leibniz a professée. A l'inverse, un Couturat n'avait pas hésité, dans un article célèbre, à brosser le portrait de cette métaphysique leibnizienne entièrement rabattue sur la Logique. Le principe métaphysique par excellence, le «principe de raison», y était considéré comme un principe purement logique gouvernant l'analyse des notions. Aussi n'y avait-il pas lieu de se préoccuper outre mesure d'un problème simple et immédiat : les structures logiques ne peuvent investir les mathématiques qu'en court-cirucuitant la conséquence immédiate du principe de raison en métaphysique : l'inexistence d'éléments indiscernables 169. On peut certes imaginer un monde

¹⁶⁹ Le modèle de Couturat est présenté dans «La métaphysique de Leibniz», article paru dans la *Revue de Métaphysique et de Morale* en 1902 et repris dans cette même revue à l'occasion d'un numéro spécial consacré à Leibniz en 1995 (100ème année; n. 1; janvier-mars 1995).

purement mathématique, voire pour forcer l'anachronisme «ensembliste», dans lequel les êtres simples seraient réellement indiscernables, mais il se trouve que ce monde n'est précisément *pas* celui auquel le métaphysicien Leibniz est parvenu.

1.2. Une ontologie générale?

Pour que la nouvelle *mathesis universalis* puisse avoir une valeur de modèle dans la métaphysique leibnizienne, encore faudrait-il s'assurer que Leibniz a pu céder à une ontologie décalquée des mathématiques¹⁷⁰. La *mathesis universalis* peut-elle valoir comme ontologie générale? Peut-on abstraire des formes valant pour tout étant à partir des structures propres des *imaginabilia*? Il y a à ces questions des réponses explicites que nous connaissons bien : ainsi le premier geste des *Elementa nova* est-il de rappeler que la *mathesis* ne peut par elle-même traiter de la question des réels indiscernables ; quant au traité de *Mathesis universalis*, il devait s'ouvrir sur la fameuse définition : «La *Mathesis universalis* est la science de la quantité considérée universellement, c'est-à-dire de l'estimation de la raison et en conséquence de la désignation des limites sous lesquelles toute chose tombe. Et puisque toute créature a des limites, on peut donc dire que la Métaphysique est la science générale des créatures»¹⁷¹. Dans les rares cas où la Métaphysique est identifiée à la «science générale des choses» (et non des seules choses intelligibles), elle se trouve donc précisément distinguée de la *mathesis universalis*. Reste à savoir pourquoi.

Nous avons vu qu'un mouvement constant de la réflexion leibnizienne, hérité de Hobbes, est de se placer dans le champ de l'imagination et des sens, supposé fluctuant et confus, pour voir si un accès aux choses réelles peut nous y être ménagé. Dans ce modèle, les structures imaginatives stables, telles que nous les livrent les mathématiques ont indéniablement un rôle moteur pour permettre l'accès aux «choses mêmes». Mais cette logique de l'imagination ne peut sortir de la pure apparence (terme que reprennent expressément les *Elementa*) que sous la position d'un principe de raison qui garantit l'existence d'un «fondement» à la stabilité des phénomènes (qu'il s'agisse des qualités sensibles ou des qualités communes)¹⁷². Non seulement, elle ne semble donc pouvoir

170 On sait que Leibniz déclare, dans une formule souvent citée à tort et à raison, que sa «métaphysique est toute mathématique, pour ainsi dire, ou le pourrait devenir» (Lettre au Marquis de l'Hospital, 27 novembre 1694 [GM II, 258]).

¹⁷¹ GM VII, 53.

¹⁷² Pour se convaincre que le rapport à Hobbes n'est pas un moment rapidement dépassé dans la stratégie leibnizienne, on se reportera au *De ipsa natura* (1698) § 7 (dans *Opuscules philosophiques choisis*, trad. fr.

réglementer que ce que Leibniz appellera des «apparences réelles», mais cette réglementation elle-même devra relever d'un ordre, par principe, distinct de celui de l'imagination. Dès les premières théories physiques est ainsi ménagé un lieu pour «l'âme»conatus, «raison» incorporelle des phénomènes corporels. Ce lieu théorique, d'abord conçu à l'image d'un point mathématique, se révélera assez vite ne pouvoir conserver aucun lien, fût-il métaphorique, à l'étendue : aussi devra-t-il laisser la place à une notion radicalement extérieure au champ propre de l'imagination, celle de force¹⁷³. Avant même que le système de la «dynamique» soit effectivement mis en place, Leibniz avance déjà avec détermination cette thèse dont il ne se départira pas : la notion de force, essentielle à tout système des phénomènes, ne peut pas relever de l'imagination¹⁷⁴. A partir de ce moment, il ne cessera de rappeler que les principes de la mécanique dépendent de principes métaphysiques et qu'ils ne sont donc pas réductibles à la mathématique pure 175. Contrairement à ce qu'avance Couturat, les «principes métaphysiques» ne peuvent pas être purement logiques, sans quoi ils s'appliqueraient à tout cogitable et leur donnée par l'imagination ne serait pas exclue. Ainsi le principe fondamental de l'équipollence de la cause pleine et de l'effet entier n'est-il pas simplement un principe d'équivalence appliqué aux phénomènes corporels : il est une décision méta-physique, au sens propre, sur la conservation générale de la force que le formalisme mathématique ne peut justement pas donner par lui-même. Il faut, en effet, pouvoir le départager le principe d'équivalence de la quantité de mouvement, défendu par les cartésiens, et ce partage la *mathesis* ne peut pas l'assumer comme tel.

Or il ne s'agit pas là d'un point accessoire dans la réflexion métaphysique de Leibniz. Car cette conception engage à partir du séjour parisien, d'après ce que Leibniz lui-même en rapporte, la question centrale de l'individuation. Elle s'y manifeste d'abord sous la forme d'une alternative : ou bien on n'accepte d'individuation que par l'extériorité, ce qui revient à

.

Schrecker, p. 98-99). Leibniz y revient sur l'hypothèse selon laquelle l'imagination suffirait à saisir les choses et indique comment la notion de *force* met ce schéma hobbesien en échec.

¹⁷³ Voir l'édition de la correspondance avec Des Bosses par C. Frémont dans *L'être et la relation*, Vrin, 1981. Leibniz, en *post-scriptum* à sa lettre du 24 avril 1709, rappelle qu'il a d'abord considéré les âmes comme des points, mais qu'il ne soutient plus cette thèse qui lui semble une «metabasis eis allo genos» : «Car il ne faut attribuer aux Ames rien qui touche à l'étendue, ni penser leur unité ou multitude sous le prédicat de la quantité, mais sous celui de la substance ; c'est-à-dire non à partir de points, mais de la force primitive qui agit. L'action propre à l'âme est la perception, et l'unité de ce qui perçoit vient de la liaison des perceptions, suivant laquelle celles qui suivent dérivent de celles qui précèdent» [GP II, 372; trad. fr. p. 131].

¹⁷⁴ Voir Pacidius Philalethi (1676) [A VI, 3, 352] et le commentaire de M. Fichant, La Réforme de la dynamique, Vrin, 1994, p. 42 sq.

¹⁷⁵ Sur l'opposition de la mathématique à la métaphysique, voir la fin des «Pensées sur l'instauration d'une physique nouvelle» [A VI, 4, C, 2009 (1678-1679); trad. fr. M. Fichant, p. 25, qui rend «science mathématique», là où l'édition de l'académie donne finalement scientia mathematica]. Voir également A VI, 4, C, 1976 sq., Principia mechanica ex metaphysicis pendere (entre 1678 et 1680?) et p. 2017, De causa motus (1678-1679?), où Leibniz explique que le mouvement n'est pas purement mathématique.

poser des éléments indiscernables *per se* ou ne se distinguant que *solo numero*; ou bien l'on devra concéder le principe métaphysique de l'enveloppement de la cause par l'effet¹⁷⁶. Comme dans le cas de la «prise de parti» cartésienne, nous avons ici des témoignages précis sur la décision, ouvertement revendiquée comme telle, qui a permis de trancher cette alternative en faveur de la second hypothèse:

Pour me sortir enfin de ce labyrinthe, je n'ai pas trouvé d'autre fil d'Ariane que l'estimation des puissances sur la base du principe métaphysique : L'effet entier est toujours égal à sa cause pleine. Comme je découvrais qu'il s'accordait parfaitement avec les expériences et satisfaisait tous mes doutes, j'en fus d'autant plus confirmé dans l'opinion que j'ai dite, que les causes des choses ne sont pas pour ainsi dire sourdes et purement mathématiques, comme le sont les chocs des atomes ou une force aveugle de la nature, mais procèdent d'une intelligence qui use de raisons métaphysiques 177.

Nous savons aujourd'hui, grâce aux travaux sur l'évolution de la «dynamique» de Leibniz, que cette vision rétrospective n'est pas de pure fantaisie et correspond à la réforme de la physique qui conduit à la réhabilitation des «formes» en physique en 1678-1679¹⁷⁸. Le *De corporum concursu* en livre un témoignage remarquable, où l'on voit parfaitement comment le principe métaphysique de l'équipollence de la cause et de l'effet doit intervenir pour rendre compte des expériences physiques et confirme qu'il faut sortir de l'explication purement mathématique¹⁷⁹.

Comme cette réflexion métaphysique s'inscrit dans une perspective inaugurée dès les premiers travaux de physique où Leibniz entendait déjà montrer que la raison des corps ne peut pas être elle-même corporelle, on peut assurément s'interroger sur le sens où

¹⁷⁶ Sur les transformations du principe, à partir de cette formulation initiale, voir M. Fichant, *op. cit.*, p. 278sq., qui indique comment il correspond à l'imposition d'une métrique.

¹⁷⁷ Phoranomus (1689), éd. par A. Robinet dans Physis, rivista internazionale di storia delle scienza, vol. XXVII, 1991, fasc. 2 e 3, p. 811 (cité par M. Fichant, op. cit., p. 50). On remarquera que Leibniz indique expressément qu'il trouva dans la mise au point de sa mécanique une confirmation de l'hypothèse ancienne selon laquelle les principes physiques dépendent des principes métaphysiques. Un autre point notable est l'opposition au caractère «aveugle» de la conception purement mathématique de la physique et qui doit être versé au dossier, plus épais qu'on ne le croit parfois, des textes où Leibniz critique une forme de connaissance aveugle. Voir également GP VII, 134, où apparaît également la mention des studia mathematica in universum: Sed si nocet studium Empiricum male ordinatum vel certe parum prodest, fatendum est multo nocentiorem esse abusum studii Physici et Mathematici in universum, si qui metaphysica et moralia contemnentes aut pervertentes omnia ob male intellectas praeclarorum virorum abusum culpantium voces per machinam caeco quodam naturae impetu explicant, et causis finalibus formisque neglectis solas efficientes et materiales consectando homines aliquando abducere videntur ab agnitione et cultu Divinae providentiae DEUMque aut tollere nobis aut intellectu et voluntate spoliatum in brutam quandam Naturae generalis vim sive mundi animam transformare (Guilielmi Pacidii initia et specimina SCIENTIAE GENERALIS sive de instauratione et augmentis scientiarum in publicam felicitatem).

¹⁷⁸ Voir M. Fichant, «Mécanisme et métaphysique : le rétablissement des formes substantielles (1679)» dans Science et Métaphysique dans Descartes et Leibniz, P.U.F, 1998, p. 163-204; F. Duchesneau, La dynamique de Leibniz, Vrin, 1994.

¹⁷⁹ M. Fichant, op. cit., p. 51-65.

intervient la détermination : faut-il penser que la métaphysique a dirigé la réflexion physique et permis à Leibniz de discerner le rôle déterminant de la force ? Ou faut-il, à l'inverse, considérer que la recherche physique est venue appuyer et faire évoluer la réflexion métaphysique ? Mais cette interrogation est de peu d'intérêt si elle suppose physique et métaphysique inchangées entre ces différents moments. S'il s'agit, en revanche, de comprendre la mise en place de la doctrine des Monades aussi bien que du système de l'harmonie préétablie, où s'établit la possibilité des «unités réelles», elle trouve dans la bouche de Leibniz une réponse claire : «quand je cherchai les dernières raisons du mécanisme et les lois mêmes du mouvement, je fus tout surpris de voir qu'il était impossible de les trouver dans les mathématiques, et qu'il fallait retourner à la Métaphysique. C'est ce qui me ramena aux Entéléchies, et du matériel au formel, et me fit enfin comprendre, après plusieurs corrections et avancement de mes notions, que les Monades, ou les substances simples, sont les seules véritables substances, et que les choses matérielles ne sont que des phénomènes, mais bien fondés et bien liés». Il n'y a ici aucun doute sur le fait que Leibniz considère la réflexion physique comme un chemin qui l'a conduit vers la théorie des Monades. Il en va de même de l'harmonie préétablie dont il est dit quelques lignes plus loin qu'elle est «une suite nécessaire de la conservation de la force et de la direction tout ensemble» 180 .

Ces quelques passages établissent clairement qu'est assurée dès 1676-1679 une fracture irréductible, qui ne soit pas purement incantatoire, entre le domaine de l'imagination (ou des mathématiques), règne des indiscernables, et la possibilité d'une individuation «réelle», qui doit passer par la force (dans le domaine physique, où il ne s'agit encore peut-être que d'apparences réelles) et, à terme, par l'action dont des unités réelles seraient le support. On sait d'ailleurs que le «Système nouveau de la nature» rendu public en 1695 s'ouvre sur la distinction essentielle des différents types d'unités que sont point physique, point mathématique et point métaphysique, où la distinction radicale des trois domaines s'établit clairement 181. Mais cette détermination est bien antérieure et l'étude du

¹⁸⁰ Lettre à Rémond (10 janvier 1714) [GP III, 606-607 et aussi *Principes de la nature et de la grâce*, GF-Flammarion, 1996, éd. Frémont, p. 289-290]. Sur tous ces points, voir M. Fichant, *art. cit.*.

¹⁸¹ «Mais les Atomes de matière sont contraires à la raison: outre qu'ils sont encore composés de parties, puisque l'attachement invincible d'une partie à l'autre (quand on le pourrait concevoir ou supposer avec raison) ne détruirait point leur diversité. Il n'y a que les Atomes de substance, c'est-à-dire les unités réelles et absolument destituées de parties, qui soient les sources des actions, et les premiers principes absolus de la composition des choses, et comme les derniers éléments de l'analyse des choses substantielles. On les pourrait appeler points métaphysiques: ils ont quelque chose de vital et une espèce de perception, et les points mathématiques sont leurs points de vue, pour exprimer l'univers. Mais quand les substances corporelles sont resserrées, tous leurs organes ensemble ne font qu'un point physique à notre égard. Ainsi les points physiques ne sont indivisibles qu'en apparence : les points mathématiques sont exacts, mais ce ne sont que des modalités :

développement de la pensée leibnizienne indique que l'écart ontologique de l'objet mathématique à l'objet réel est effectif dès la fin du séjour parisien, à partir du moment où est rouverte la question centrale de l'individuation. Cela n'invalide pas, pour autant, les positions croisées jusqu'à présent pour défendre l'idée que les objets mathématiques ont «quelque chose» de réel. Le problème directeur est bien celui de l'unité ou de l'individuation, et non celui de la réalité elle-même : ainsi les objets mathématiques peuvent-ils être des «relations réelles» ou des «apparences réelles», sans qu'on ait pour autant besoin d'y voir de réelles «substances», ni même des modalités de substances réelles. Bien plus, ils sont des «être réels» pour autant qu'ils sont des «relations réelles», c'est-à-dire qu'ils sont des apparences réglées fondées dans la modification interne d'un réel sujet.

Il ne s'agit pas de s'engager ici dans une étude sur les rapports de la physique, de la métaphysique et des mathématiques, qui déborderait le cadre de ce travail ; pas plus ne s'agit-il de parfaire le travail de «situation» de la mathesis universalis en indiquant à quel point Leibniz a toujours pris soin de la distinguer nettement de la physique et de la métaphysique, mais bien de comprendre la définition de la nouvelle mathesis universalis. En effet, nous avons vu qu'une série de textes célèbres, où apparaît la véritable mathématique universelle, semblerait aller dans le sens contraire à celui que nous venons d'indiquer. Leibniz y critique la physique cartésienne et reproche à ses défenseurs d'avoir manqué la mathesis universalis à cause de leur méconnaissance des véritables lois de la nature. Ainsi dans les Animadversiones: Leibniz, critiquant la théorie cartésienne de la conservation de la quantité de mouvement, entreprend de prouver sa propre théorie de la conservation de la force et, plus généralement, encore d'expliquer ce que serait «la vraie méthode d'estimation». Il précise alors qu'elle est «la fonction d'une mathématique véritablement universelle, qui n'a jamais encore été enseignée» : Scilicet, ut altius ordiar, verumque aestimandi modum explicem (quod est officium Matheseos quodam cujusdam universalis nuspiam traditae)¹⁸². Il ne s'agit pas d'une mention furtive et polémique ; lorsque Leibniz projette de rédiger un traité consacré à la mathesis universalis, dont ne nous reste qu'une préface, il met à nouveau cet exemple au premier plan :

Mais j'ai ensuite médité par devers moi que la logistique commune, qui est connue sous le nom d'Algèbre, n'était pas vraiment rapportée à sa source et que les modes universels d'estimation n'étaient pas connus, d'où sont nées souvent les plus

il n'y a que les points métaphysiques ou de substance (constitués par les formes ou âmes) qui soient exacts et réels, et sans eux il n'y aurait rien de réel, puisque sans les véritables unités il n'y aurait point de multitude» [GP IV, 482-483 et Système nouveau de la nature et de la communication des substances, GF, 1994, éd. C. Frémont, p. 71].

¹⁸² Animadversiones in partem generalem Principiorum Cartesianorum, sur l'article 36 de la seconde partie (éd. Vrin, 1982, p. 45).

lourdes erreurs, comme celle de ceux qui ont mesuré la nature des forces motrices par les degrés de vitesse de ce même corps, comme il sera établi en son lieu./Je remarquais que n'avait été expliquée de manière satisfaisante ni la nature de la quantité ou de la relation universelle entre quantités (*in universum*), mais – ce qui peut sembler étonnant – pas plus l'espèce la plus simple des relations : les rapports et proportions 183.

La «véritable méthode d'estimation» n'est donc pas un point de détail dans le programme de *mathesis universalis*, puisque l'extension de la *doctrina rationum* est censée y trouver un de ses moteurs. Enfin, il ne faut pas oublier que ce programme est également avancé dans le *De legibus naturae et vera aestimatione virium motricium* où Leibniz reproche à ses prédécesseurs de n'avoir pas compris le rôle de la métaphysique dans la physique, ce qui provient de «l'absence d'une *Mathesis* vraiment *generalis* ou Science universelle des estimations qui n'a jamais, à ce que je sache, été traitée et dont nous donnons ici quelque échantillon» ¹⁸⁴. Or ce texte, paru en 1691 dans les *Acta eruditorum*, constitua longtemps le seul texte véritablement public où était fait mention par Leibniz de la *mathesis universalis*. Ce n'est d'ailleurs pas un hasard si Wolff décrivant les différents programmes de *mathesis universalis* au XVII^e siècle se réfère à ce passage pour mentionner la conception la plus large, que Leibniz aurait projetée sans pouvoir la mener à bien et qui aurait donc consisté à «donner les règles d'estimation de toutes choses» ¹⁸⁵.

Cet ensemble de textes semble d'abord mettre en péril l'essentiel de ce qui a été avancé précédemment pour prévenir l'amalgame de la *mathesis universalis* et d'une théorie générale des relations corrélée à une ontologie générale. C'est pourquoi, d'ailleurs, il était nécessaire d'indiquer qu'une telle association semble également aller à l'encontre d'un mouvement très profond, où physique et métaphysique ont ostensiblement constitué leur champ propre par différence avec le domaine de l'*imaginable*. Quel sens donner ici à la *vraie* mathématique universelle ? S'agit-il de constituer un système général de physique mathématique, où la force isolée par l'expérience, domaine de la physique, doit être exprimée mathématiquement, et dont la métaphysique donnera le fondement sous la forme

¹⁸³ GM VII, 50.

Quae in exemplum utilia esse possunt, ne abstractis nimium fidamus, neve in realis Metaphysicae praecepta impigamus. Ex his igitur intelligitur, quod hactenus a plerisque in hoc negotio non satis recte processum est, oriri ex defectu Matheseos vere generalis seu Scientia aestimandi in universum, quae nondum, quod sciam, tradita est et cujus hoc aliquod specimen damus [GM VI, 211]. Voir également la grande lettre à De Volder (janvier 1699?), où Leibniz parle de sa Lex aestimandi seu Matheseos vere universalis regula [GP II, 156].

¹⁸⁵ «Vielmehr aber sollte man mit dem Herrn von Leibniz in Actis Eruditorum An. 1691. p. 446 diejenige Wissenschafften dadurch verstehen, darinnen allgemeine Regeln alle Sachen abzumessen gegeben werden: Diese Mathesis universalis ist zur Zeit noch nicht erfunden» (*Mathematisches Lexicon*, art. *Mathesis universalis* dans *Gesammelte Werke* I. *Deutsche Schriften*, bd. 11, p. 869).

d'une série de principes régulateurs (comme celui de l'équipollence de la cause pleine et de l'effet entier)? Doit-on alors considérer que le système exposé à Arnauld en 1686, qui s'établit dans la droite ligne de cette métaphysique de la force, est sinon l'authentique mathesis universalis, du moins le déploiement de la métaphysique induite par cette «ontologie»? Mais pourquoi, dans ces conditions, Leibniz a-t-il pris tant de soin à toujours distinguer le domaine de la mathesis et celui des deux autres disciplines? Pourquoi a-t-il si régulièrement insisté sur le fait que le concept de force ne relève pas de l'imagination? Quand on regarde le détail des textes, on s'aperçoit vite que les difficultés naissent ici des lectures totalisantes — où mathesis universalis, ars combinatoria et ontologie doivent s'identifier au titre d'une invraisemblable «science générale», bien éloignée de ce que Leibniz entendait par ce terme — plutôt que des maladresses de l'auteur. Rappelons tout d'abord que la physique, une fois ses principes déterminés se ramènera bien aux mathématiques selon les modalités fixées par Descartes:

Il prétend que, dans l'explication des phénomènes de la nature, il n'est pas besoin d'autres principes que ceux tirés de la mathématique abstraite, c'est-à-dire de la doctrine qui concerne la grandeur, les figures et le mouvement, et il ne reconnaît pas d'autre matière que celle qui est l'objet de la géométrie. J'accorde pleinement que tous les phénomènes particuliers de la nature pourraient être expliqués mécaniquement, s'ils étaient suffisamment explorés, et qu'il n'y a pas d'autre moyen de connaître les causes des choses matérielles.

La remise en cause n'opère donc pas sur ce point précis. Mais le fait que la physique soit rapportée, pour ses principes, à la *mathesis abstracta*, ne signifie pas que ces principes eux-mêmes soient sans condition et, notamment, qu'ils vaillent comme fondements. Or Leibniz n'accorde pas à Descartes que cette «fondation métaphysique» puisse s'effectuer sur le simple présupposé de l'identification de la substance corporelle à la *res extensa* et du soutien offert par la seule immutabilité divine. C'est là tout le problème des limites de l'imaginable, telle que l'*extensio* nous le livre. Il apparaît directement dans le commentaire au fameux article 64 de la seconde partie des *Principes de Philosophie*:

Mais ce qu'à mon avis il faut toujours garder présent à l'esprit, c'est que les principes mécaniques mêmes, c'est-à-dire les lois générales de la nature, naissent de principes plus élevés et ne sauraient donc être expliqués par la quantité seule et par des considérations géométriques. Ces principes impliquent, bien au contraire, quelque chose de métaphysique, indépendant des notions que nous fournit l'imagination, et qu'il faut attribuer à une substance dépourvue d'étendue. Car en dehors de l'étendue et de ses modifications, il y a, inhérente à la matière, la force même ou la puissance d'agir qui permet le passage de la nature et des choses matérielles aux choses immatérielles. Cette force obéit à ses lois propres lesquelles ne découlent pas uniquement de principes qui sont d'une nécessité absolue et, si

l'on peut dire, aveugle, comme les lois des mathématiques, mais des principes de la raison parfaite ¹⁸⁶.

Il n'y avait donc nul paradoxe à faire de la physique réformée le germe d'une véritable mathesis universalis puisque le principe métaphysique permet de reconduire la force au calcul géométrique¹⁸⁷. Cela ne signifiait absolument pas qu'il était possible de tirer directement de cette logique de l'imagination la forme générale des lois de la nature et, encore moins, une ontologie générale. D'où l'importance de l'approche «gnoséologique» qui sert ici de fil directeur : la physique réformée aura bien des principes mathématiques ; cette structure mathématique ne pouvant pas relever de la simple doctrina rationum, telle quelle, formera une doctrine universelle plus large qui pourra bien revendiquer le titre de véritable mathématique universelle; mais, en tout état de cause, les éléments propres à la physique, comme la notion de force, et les principes qui les gouvernent (ceux qui traitent de l'action et de la «substance dépourvue d'étendue» à laquelle cette action doit être rapportée¹⁸⁸), seront «indépendants des notions que nous fournit l'imagination». Aucune «analyse des notions», en tant qu'elles relèveraient du domaine de l'imagination, ne permettra donc d'atteindre à la structure ontologique, telle qu'elle vaut en physique et en métaphysique. La «logique de l'imagination» ne pourra donc pas être traitée «abstraitement», sous la forme générale d'une théorie des relations, pour être ensuite réinterprétée dans des domaines qui lui sont étrangers et former ainsi, avec le système de ses interprétations possibles, une ontologie générale.

Un point doit particulièrement nous arrêter : il n'y a pas de moyen de tirer de la seule *mathesis* la forme d'un «monde possible» sans adjoindre des hypothèses fortes sur l'ontologie qui doit lui être associée. Les critiques portées contre Descartes opèrent précisément sur ce front : le seul principe d'invariance appuyée sur la «théorie des rapports et proportions», hors de toute décision sur ce qui est conservé dans les transformations, ne permet pas à lui seul de produire un catalogue de mondes possibles, dans lequel le physicien irait puiser, en allant «aux devant des causes par les effets», celui qui s'accorde le mieux aux

¹⁸⁶ Animadversiones in partem generalem Principiorum Cartesianorum, sur l'article 64 de la seconde partie (trad. fr. P. Schrecher, p. 76). Voir également Discours de métaphysique § XVII-XVIII.

¹⁸⁷ Comme le dit Leibniz à Bayle en 1686 : «C'est pourquoy je crois qu'au lieu du Principe Cartesien, on pourrait establir une autre Loy de la nature que je tiens la plus universelle et la plus inviolable, sçavoir qu'il y a tousjours une parfaite Equation entre la cause pleine et l'effect entier. Elle ne dit pas seulement que les Effects sont proportionnels aux causes, mais de plus, que chaque effect entier est equivalent à sa cause. Et quoyque cet Axiome soit tout à fait Metaphysique, il ne laisse pas d'estre des plus utiles qu'on puisse employer en Physique, et il donne moyen de réduire les forces à un calcul de Geometrie» [GP III, 46].

¹⁸⁸ Selon le principe : les actions sont toujours actions d'un sujet (actiones sunt suppositorum), cf. Discours de Métaphysique [DM § VIII].

phénomènes. Car encore faut-il déterminer ce qu'il veut expérimenter. Or le choix d'un système simple et général, qui relève d'un principe d'économie régulièrement mis en avant par Leibniz, conduirait immanquablement à une théorie mathématique trop pauvre pour décrire une part importante des phénomènes 189. Il ne suffit pas de s'en tenir à la critique facile où la restriction par Descartes de la mathesis universalis à la seule théorie des rapports et proportions l'empêche de constituer une physique adéquate. D'ailleurs, quand on regarde comment Leibniz a mis au point sa dynamique, on s'aperçoit aisément qu'elle n'est absolument pas une simple conséquence d'une nouvelle méthode d'estimation mathématique, comme le calcul différentiel, qui aurait soudainement ouvert l'horizon de nouveaux champs d'objets¹⁹⁰. Les deux réflexions ont évolué de concert : la physique a fait valoir un type particulier d'objet, la force, dont le mode d'estimation n'était pas purement et simplement dérivable de la mathesis universalis, au sens où la concevaient les cartésiens ; elle incitait donc à la mise au point de nouveaux outils mathématiques ; parallèlement, les recherches menées en mathématiques pour sortir du modèle étroit de *mathesis* cartésienne, indépendamment de toute recherche physique, avaient conduit à isoler le type de problème qu'elle ne pouvait pas penser et offrait un catalogue de formes nouvelles où la physique pouvait puiser à chaque fois que les anciens outils s'avéreraient insuffisants. Il n'y a donc pas à s'étonner de ce que Leibniz parle ici de mathesis universalis: on voit très bien comment une certaine conception de la mathématique et de son rapport à la physique peut bloquer l'une et l'autre. Mais il ne s'agit pas d'opposer facilement à Descartes une méconnaissance des instruments mathématique permettant de distinguer de nouveaux phénomènes : il disposait déjà d'une expérience célèbre, celle de la chute des graves, permettant d'isoler le type de grandeur pertinente en physique et qui s'inscrivait parfaitement dans le cadre de sa mathématique. Descartes a fait un choix en physique (des phénomènes pertinents et des manières de les expliquer) comme il a fait un choix dans les théories mathématiques 191. La question est donc plutôt de comprendre pourquoi un autre choix pourrait s'imposer, autrement que sous

¹⁸⁹ Dans le *Discours de métaphysique* § XVII, Leibniz insiste sur le fait que la règle selon laquelle Dieu conserve la «quantité de mouvement» est «fort plausible» et que cette hypothèse est «fort raisonnable» si l'on confond la force avec la quantité de mouvement.

¹⁹⁰ Sur les différents éléments qui se sont associés pour constituer la mathesis mechanica, dont parle Leibniz dans le *Phoranomus* I § 5, voir F. Duchesneau, *La Dynamique de Leibniz*, p. 164 sq. Sur le rapprochement du calcul différentiel et des problèmes posés par la mécanique à la suite de la querelle inaugurée par la *Brevis demonstratio*, voir également M. Parmentier, *op. cit.*, p. 156-157.

¹⁹¹ La célèbre Lettre à Mersenne du 11 octobre 1638, où Descartes expose sa critique de Galilée, éclaire remarquablement cette critique : Descartes, on le sait, refuse la pertinence de la loi de la chute des graves au motif que ses «fondements» ne sont pas clairement élucidés. Ces fondements, on le sait, imposent une réflexion sur la «puissance naturelle», en l'occurrence la notion de «pesanteur», dont Descartes fait remarquer qu'elle est *a priori* nulle dans le vide [A T II, 380].

la forme d'une décision, finalement aussi contestable dans son principe que celle incriminée. D'où l'insistance de Leibniz à mettre en avant l'indépendance des notions fondamentales de la physique de celles de la mathématique. C'est cette indépendance qui autorise leur dialogue et entraîne un choix parmi des modèles mathématiques : c'est précisément cela que la mathesis universalis des cartésiens ne pouvait pas permettre, puisque la physique et la mathesis abstracta devaient être immédiatement adhérentes l'une à l'autre.

3.4. Un passage des choses mathématiques aux substances réelles ?

Il faut se garder d'avancer trop vite et lester la mathesis universalis d'un poids ontologique qui lui est invariablement refusé. Pus exactement, l'ancrage ontologique propre, auquel est attachée la *mathesis universalis* (les *imaginabilia* comme «apparences réelles») semble interdire un usage purement formel, hors des systèmes d'interprétations où elle prend sens. Les relations mathématiques peuvent bien évidemment être considérées in abstracto et cela est très utile dès lors qu'il s'agit de proposer des échantillons de nouvelles disciplines mathématiques. Il existe donc une «logique mathématique» au sens d'une logique des mathématiques et nous avons vu pourquoi la mathesis universalis en est le lieu de déploiement. Chaque extension de cette discipline est un enrichissement de cette logique et la logique ainsi constituée peut bien être dite de plus en plus abstraite (au sens où elle est, dans son principe, indépendante d'un nombre de plus en plus grand d'interprétations mathématiques), mais là n'est pas le sens qu'on a généralement voulu donner à la considération abstraite des formes logiques de la mathesis universalis. En effet, le rapprochement avec la «caractéristique universelle» a plutôt conduit, jusqu'à présent, à poser que cette logique pourrait valoir hors des mathématiques (ou du champ de l'imagination) jusqu'à régner sur tout le domaine du cogitable, selon le projet de la «science générale» dont la caractéristique universelle devait être l'organon. Or, rien n'indique que cette extension soit légitime et que Leibniz identifie les deux projets.

Le fragment intitulé «Sur la caractéristique et la science» fournit des éléments intéressants pour éclairer cette question. Dans cette pièce, Leibniz commence par rappeler le lien fort de l'art d'inventer à l'art caractéristique. Il indique, comme nous pouvions nous y attendre, que cette étroite connexion n'a valu jusqu'à présent que «dans le domaine des nombres et des lignes, et de tout ce qu'on représente par ce moyen». La cause n'en revient pas à une limitation intrinsèque, mais réside «exclusivement dans l'absence, en dehors des

nombres, de caractères que l'on puisse manipuler et qui correspondent aux notions». Nous trouvons ici confirmation de notre thèse sur le privilège de la mathesis universalis comme logique et sur la manière dont elle ouvre d'elle-même à des extensions. Cela peut d'ailleurs se montrer. Ainsi Leibniz dit avoir des échantillons d'«une autre analyse de la géométrie, plus élevée, qui utilise des caractères appropriés». Mais il existe d'autres exemples comme les formes des logiciens, les digestes des jurisconsultes 192, ou encore les calculs de l'intensité des formes que les «calculateurs» scolastiques, comme Suisset, ont porté «jusqu'en métaphysique». Cette première étape, souvent rapportée, correspond explicitement au projet d'une caractéristique universelle, dont l'achèvement est subordonné à la mise au point d'une analyse des notions réalisée en alphabet des pensées humaines 193. On y voit très bien comment l'analyse mathématique devait se combiner avec les disciplines formelles (au sens de la vi formae) dans un programme large de calcul universel appuyé sur une caractéristique réelle qui en fournirait le *filum cogitandi*. La direction indiquée est alors très clairement de parvenir jusqu'à la métaphysique, où le déploiement d'un calcul universel permettrait de mettre fin aux controverses stériles qui l'ont jusqu'à présent empêchée de progresser.

La tentation est alors grande de s'arrêter à ce projet pour décrire la mathesis universalis, qui est effectivement un «échantillon» de la science générale. Mais l'intérêt de ce texte est surtout que Leibniz ne s'y tient pas à ce premier moment et prend la peine d'indiquer le point où il est parvenu dans ce programme. Il rappelle d'abord que ce projet lui semble réalisable en quelques années par un groupe «d'associés intelligents». Il dit même avoir lui-même «exposé les plus vrais et les plus beaux abrégés de cette analytique des pensées humaines» lorsqu'il a étudié l'analyse mathématique. C'est alors qu'il va mentionner la théorie générale des relations à laquelle il a alors abouti :

Au lieu des axiomes et des théorèmes d'Euclide, qui traitent de la grandeur et de la proportion, j'en ai pour ma part trouvé d'autres, de plus grande portée et d'usage plus général, qui traitent de ce qui coïncide, de ce qui est congruent, semblable, déterminé, de la cause et de l'effet, c'est-à-dire de la puissance des relations de façon universelle, du contenant et du contenu, de ce qui arrive par soi et par accident, de la nature générale de la substance, ainsi que de la spontanéité

¹⁹² Leibniz fait ici référence à sa propre dissertation *Sur les Conditions (De Conditionibus)*, publiée une première fois en 1665 (A VI, 1, 99-150), puis avec d'autres textes dans le *Specimen certitudinis seu demontrationum in jure* (1669).

^{193 «}S'il y avait une langue exacte (comme celle que certains nomment "adamique"), ou du moins une espèce d'écriture vraiment philosophique par où les notions seraient ramenées à un alphabet des pensées humaines, on pourrait trouver tout ce qui s'ensuit des données d'une question selon la raison, au moyen d'une espèce de calcul, à la manière dont on résout les problèmes arithmétiques ou géométriques» [GP VII, 199; trad. fr. R 1607].

parfaite et de l'impossibilité pour les substances d'être engendrées et corrompues et enfin de l'union des choses et de la façon dont les substances conspirent entre elles ¹⁹⁴.

A première vue, ce passage semble indiquer que le projet est bien d'étendre la mathesis universalis traditionnelle puisqu'il entreprend de généraliser la doctrina rationum à la «puissance des relations de façon universelle». L'identification des deux programmes, que nous avons cherché à retarder, semble alors effective. Une confirmation décisive semble d'ailleurs fournie par un texte qui porte directement sur la nouvelle mathesis universalis : «je considérais qu'il y avait certes, depuis Euclide, un traitement remarquable de ces choses qui ont même raison, mais qu'il restait une doctrine nouvelle à l'usage beaucoup plus étendu des choses qui ont même relation ; Je considérais également que la nature des séries et des progressions (à quoi correspondent les lieux dans la géométrie) avait été plus souhaitée qu'exposée» 195. Mais ces rapprochements indiquent également les limites à l'intérieur desquelles ils peuvent opérer. Dans les Elementa nova comme dans la Praefatio, il n'est absolument pas question, par exemple, de la «cause et de l'effet». On peut certes objecter que c'est néanmoins un champ d'application possible, puisque Leibniz réclame une mathesis vraiment universalis dans le cadre de sa théorie physique et qu'il va jusqu'à en faire une «science générale des créatures»; mais, à supposer qu'on accepte cette extension discutable, on imagine mal comment la conception la plus extensive de la mathesis universalis pourrait aller jusqu'à traiter de la «nature générale de la substance» ou de «l'union des choses», dont il est régulièrement précisé qu'elles ne sont du ressort ni de la mathesis, ni de la physique.

Le programme d'une théorie générale des relations a donc assurément existé, le fragment mentionné en témoigne, mais il ne s'identifiait pas avec celui de *mathesis universalis*. Or ces deux programmes sont pourtant presque systématiquement identifiés. Pourquoi ? La raison en est simple et le coupable aisément identifiable : c'est l'art combinatoire qui intervient dans ces deux projets et conduit, pris de loin, à des confusions malencontreuses. Comme cette discipline, en effet, subordonne la mathématique universelle et qu'il existe même des textes comme le *De ortu* où elle s'y intègre, il était tentant de penser qu'à la limite les deux positions devaient pouvoir coïncider dans un sens large de l'art combinatoire et de la mathématique universelle. L'art combinatoire ou caractéristique universelle, comme science générale des formes et des formules, apparaissait alors comme

¹⁹⁴ La suite précise : «A partir de là se fait jour le secret de l'union qui intervient entre l'âme et le corps, ainsi que la manière dont les substances agissent, le concours de Dieu, la cause du mal, la liberté conciliée avec la providence et avec la certitude, c'est-à-dire avec la vérité déterminée des choses contingentes, et la métamorphose envisagée par rapport à la métempsychose» [R 161].

une structure logique générale et formelle, dont la *mathesis universalis* constituait la partie valable dans le domaine de l'imagination. Or les passages qui précèdent indiquent clairement que la «théorie des relations» n'a pas progressé de cette manière. Elle ne s'est pas donnée sous la forme d'un système formel général, dont les différentes théories (métaphysiques, mathématiques, physiques) n'auraient été que des «interprétations» dans tel ou tel domaine. Comprendre «la puissance des relations de façon universelle» supposait de traiter «de la cause et de l'effet», et cela amenait, pour Leibniz, à sortir du champ propre de l'imagination, pour statuer sur «ce qui arrive par soi et par accident, de la nature générale de la substance, ainsi que de la spontanéité parfaite et de l'impossibilité pour les substances d'être engendrées et corrompues et enfin de l'union des choses et de la façon dont les substances conspirent entre elles». A supposer qu'on appelle une telle doctrine «art combinatoire», il faudra donc nettement distinguer son usage dans les mathématiques et en dehors puisque les mathématiques ne peuvent *pas* donner de structures correspondant à la dissimilitude réelle des substances et au système d'expression qui permet néanmoins leur accord.

*

Cela dit, une telle mise au point n'est pas encore pleinement satisfaisante. Supposons, en effet, qu'existe ce fameux art combinatoire au sens large, dont l'art combinatoire mathématique serait une restriction (à la partie valable dans le domaine des imaginables). On pourrait donc imaginer qu'il existe une «partie commune» à ces interprétations, à la manière dont une «géométrie absolue» peut être dégagée des systèmes euclidiens et non-euclidiens. Il ne serait pas alors nécessaire de tenir la thèse trop forte, où les interprétations sont isomorphes et le système formel directement abstrait d'un champ d'interprétation. Il pourrait être constitué par le double processus de distinction des modèles et d'abstraction de leur partie commune. Encore faut-il donc se demander s'il existe, pour Leibniz, une science générale de la forme qui pourrait opérer sur les domaines (intelligibles, imaginables), antérieurement à leur distinction, et s'étendre ainsi, dans ces limites, au pensable en général. Cette question est d'autant plus légitime que Leibniz n'a cessé de maintenir l'idée qu'un «passage» d'un domaine à l'autre était possible, ce qui laisse penser qu'un «lieu commun» doit pouvoir être trouvé. Nous retrouvons ici un thème déjà croisé dans les *Regulae*: autant il est indéniable que l'imagination sert de critère de

 $^{^{195}}$ GM VII, 50.

démarcation entre des objets attachés à une matière et des objets purement intellectuels (ou intelligibles), autant il semble qu'existe un domaine *commun* où l'imagination n'intervient pas de manière discriminante («sensible et intelligible à la fois»). Or ce domaine commun, en tant qu'il intervient sur les imaginables et en constitue la science universelle, pourrait légitimement être appelé, même si Leibniz ne lui donne pas explicitement ce nom, *mathesis universalis*.

Nous touchons là une des difficultés centrales dans toute philosophique qui fait de l'imagination mathématique un intermédiaire entre le sensible et l'intelligible, et accorde à la mathesis une valeur de modèle dans la théorie de la connaissance. Ce point aveugle va indéniablement se retrouver dans la réflexion de Leibniz au titre du situs ou du point, dont l'intervention dans la métaphysique, où ils ne devraient pas être légitimement opérants, est source de difficultés. Mais, avant de nous engager dans ces difficultés, il faut surtout remarquer qu'elle ne se laissera pas résoudre dans la constitution par la «science du semblable et du dissemblable». En effet, il résulte clairement des analyses qui précèdent que le point où mathesis universalis, métaphysique et physique se disjoignent est précisément la question de l'individuation, dont celle de la similitude apparaît comme la réciproque. D'un autre côté, quand on regarde les manières dont Leibniz entreprend des classifications générales des systèmes de relations, on s'aperçoit aisément qu'ils consistent dans l'établissement de classes d'équivalences 196. Dans de telles structures, un invariant est donné (la forme, la quantité, la distance, la vérité de la proposition, etc.) et un système de transformations qui opère sur lui. Quelle que soit la difficulté qu'il pourra y avoir à comparer ces systèmes, ils supposeront donc toujours à leur principe une collection d'éléments indiscernables. Comment pourrait-on alors penser qu'existe une science de la similitude commune, s'il faut tenir pour «un des plus importants des nouveaux axiomes» le fait qu'«il n'y a jamais nulle part de similitude parfaite» 197?

A prendre une vue d'ensemble de la réflexion leibnizienne, il semble que la recherche d'une science du semblable *commune* aille d'ailleurs en sens inverse de celle qu'a suivie le philosophe. Car la question n'est pas tant de savoir comment nous pouvons capturer la métaphysique et la physique dans un appareil logico-mathématique qui réglementerait toute la sphère du cogitable, que de déterminer *ce qu'il y a de métaphysique* dans le système

¹⁹⁶ M. Schneider concluait ainsi sa comparaison des différents systèmes de relations fondamentales : «Mit dieser Einteilung der mathematischen Gegenstände in Dingklassen hat Leibniz nichts anderes geleistet als was man – moderne gesprochen – eine Äquivalenz-klassenbildung nennt» (p. 179). Il en proposait une reconstruction formelle en isolant pour chaque relation les formulations leibniziennes des axiomes de transitivité, de symétrie et de réflexivité (p. 180-181).

même des mathématiques et, plus fondamentalement, ce qu'il y a de *réel* dans le système des relations. La première question nous occupera plus longuement par la suite. On rappellera néanmoins la très belle déclaration faite à Wolff selon laquelle «les règles *de la Véritable Métaphysique* (celle qui ne se contente pas de dresser des nomenclatures) sont en Mathématiques, en Analyse et même en Géométrie, d'un usage plus étendu qu'on n'imagine» Quant à la seconde, on peut rappeler que les substances et leurs modifications n'interdisent pas de laisser une place à des *relations réelles*:

La réalité des corps, de l'espace, du mouvement et du temps consiste, me semblet-il, en ce qu'ils sont des phénomènes de Dieu, ou objets de la science de vision. Et entre la façon dont apparaissent les corps à nous et à Dieu, il y a une différence du même ordre qu'entre la scénographie et l'ichnographie. Car les scénographies se diversifient en fonction du situs du spectateur, mais l'ichnographie ou représentation géométrique est unique ; aussi bien Dieu voit-il exactement les choses telles qu'elles sont suivant la vérité géométrique, bien qu'il sache aussi comment chaque chose apparaît aussi à chaque autre ; et ainsi il contient en lui éminemment toutes les autres apparences./Bien plus, Dieu ne voit pas seulement les monades singulières et les modifications de chacune, mais aussi leurs relations, et c'est en cela que consiste la réalité des relations et des vérités. Dans tout cela, il y a, parmi les premières, la durée ou l'ordre des successifs, le situs ou l'ordre des coexistants, et l'échange ou relation mutuelle, à condition bien sûr de concevoir la dépendance réciproque des Monades comme idéale ; mais la présence est le situs immédiat. Outre la présence et l'échange, il y a la connexion, lorsque les choses se meuvent mutuellement. Et c'est pour cela que les choses nous semblent faire une unité; et en vérité, on peut dire du tout des vérités qui sont également valides pour Dieu (Appendice de la lettre à Des Bosses du 5 février 1712) [GP II, 438; trad. fr. C. Frémont, op. cit., p. 163-1647.

On voit que Leibniz explique clairement comment une relation idéale, comme celle que fournit le situs, peut néanmoins être réelle. Mais on en retiendra surtout pour le moment que la théorie de la similitude, telle qu'elle apparaît dans la mathesis, par exemple dans l'analyse du situs, permet bien de connaître «quelque chose» de la réalité. Deux «passages» peuvent donc être ménagés entre nos différents domaines : l'un procède par différence et s'occupe à comprendre ce qu'il faut ajouter aux pures déterminations mathématiques pour rendre compte d'un être réel ; l'autre procède par identité et cherche à déterminer, à partir de la réflexion métaphysique, ce qui dans les mathématiques correspond à une «réalité». Mais dans aucun des cas, on ne trouve de passage par abstraction qui isolerait une structure formelle pour l'appliquer ensuite dans un autre domaine du cogitable.

197 De ipsa natura (trad. fr. P. Schrecker, p. 108).

Ces différentes remarques permettent de lire en précision des textes, souvent cités, où Leibniz semble pourtant donner à la science générale du semblable et du dissemblable un «usage général» (notamment hors du champ de l'imagination). Ainsi peut-on lire dans un célèbre passage des *Elementa rationis*:

Personne jusqu'à présent n'a donné une définition de la similitude comme nous l'avons fait, qui soit à la fois vraie et applicable à l'usage le plus général. Car la science du semblable et du dissemblable en général, ainsi que des formules et de la combinaison des signes, peut être transmise au moyen de démonstrations, non moins que celle, communément reçue, de l'égal et de l'inégal ; et selon toute son ampleur elle se déploie si largement qu'elle règne non seulement sur la *mathesis* et sur les arts assujettis à l'imagination (dans lesquels elle n'a pas non plus été jusqu'ici suffisamment remarquée, bien que l'algèbre elle-même lui emprunte toute sa supériorité), mais montre aussi la voie par laquelle on peut exprimer sensiblement tout ce qui paraît retranché de la juridiction de l'imagination, comme nous le ferons voir \(\text{R152-153} \); \(\text{C 342-343} \).

On voit bien ici comment la double position de l'art combinatoire, selon qu'on considère son effectivité dans la *mathesis* ou en dehors, peut être source de malentendu. Il ne fait pas de doute, en effet, que l'ars combinatoria vient ici relever dans les mathématiques la «science de l'égal et de l'inégal» et qu'il enrichit donc la *mathesis universalis*. On sait qu'il arrive d'ailleurs à Leibniz de mettre l'art combinatoire et l'algèbre face à face à l'intérieur de cette dernière discipline. La tentation était donc grande d'identifier l'art combinatoire et la *nouvelle* mathématique universelle, puis de considérer que cette structure, prise «abstraitement», pouvait être étendue à toutes choses. Mais il ne semble pas qu'on ait suffisamment prêté attention au fait que cette extension n'opérait pas, en tout état de cause, à partir d'une théorie formelle, puisque Leibniz se borne ici à dire qu'il faut «suivre la voie» ouverte par cette première extension interne aux mathématiques – et non *appliquer* la science générale à un domaine qui excéderait le champ de l'imagination.

Mais que peut bien signifier : «suivre la voie» ouverte par la science générale de la similitude ? Il suffit, pour le comprendre, de replacer ce développement dans son contexte. En effet, Leibniz a très clairement expliqué auparavant comment il en était venu à cette idée curieuse — curieuse en tout cas pour quelqu'un qui ne considère pas les objets mathématiques comme des êtres réels — selon laquelle va être ménagé «un passage des choses mathématiques aux substances réelles» :

Mais en vérité, si l'usage de la *mathesis* réussit à merveille dans les domaines qui peuvent tomber sous les yeux, dans ceux qui par soi ne sont pas soumis à l'imagination on a jusqu'à présent travaillé avec un moindre succès. Et pourtant il faut savoir que les notions abstraites de l'agrégat des images sont les plus

- 761 -

¹⁹⁸ Lettre à Wolff, publiée dans les *Acta Eruditorum* en 1713 [GM V, 382-382 ; trad. fr. M. Parmentier, p. 449].

importantes parmi toutes celles dont la raison s'occupe, et qu'elles contiennent les principes et même les liens des choses imaginables, et pour ainsi dire l'âme de la connaissance humaine [C 341-342; trad. fr. R 151].

Il y a deux manières très différentes de comprendre ici l'intervention des «notions abstraites de l'agrégat des images» : ou bien, on y discerne la manière dont les mathématiques sont ultimement soumises à des formes abstraites, qui relèvent proprement de la logique, et qui pourront être ensuite appliquées à d'autres champs ; c'est la lecture «logiciste» ; ou bien, on considère que ces notions, pour abstraites qu'elles soient, ne relèvent pas de la «Logique», mais de la Métaphysique. Le fait que Leibniz identifie ici les notions abstraites à «l'âme de la connaissance humaine» semble aller dans ce second sens. Mais il suffisait, pour trancher l'alternative, de lire la suite du passage :

Bien plus, c'est en elles [scil. les notions abstraites de l'agrégat des images] que consiste principalement ce qui est réel dans les choses, comme l'ont excellemment remarqué Platon et Aristote, contrairement à ce que pense l'école des Atomistes. En dernière analyse, il s'avère de façon certaine que la physique ne peut se passer de principes métaphysiques. En effet, bien qu'elle puisse ou doive être reconduite à la mécanique, ce que nous accordons sans réserve aux philosophes des corpuscules, pourtant il y a jusque dans les premières lois de la mécanique, outre la géométrie et les nombres, quelque chose de métaphysique, concernant la cause, l'effet, la puissance et la résistance, le changement et le temps, la similitude et la détermination, à travers lesquels on se fraie un passage des choses mathématiques aux substances réelles [C 341-342]; trad. fr. R 151].

Il ne fait ici aucun doute que la notion de forme intervient au titre de la métaphysique et non de la «formalité» logique. Si logique il y a, c'est bien cette fameuse «logique de l'imagination» en tant qu'elle donne accès à la forme comme «ce qui est réel dans les choses», et si tel est le cas, il faut remarquer que le passage ménagé des objets mathématiques aux substances réelles opère au point précis où la *mathesis* doit se taire.

Reste une autre voie, qu'il ne faut pas négliger. En effet, Leibniz mentionne ici comme exemple de ces notions qui relèvent de «quelque chose de métaphysique» : la similitude et la détermination. Si la mathesis universalis (ou l'ars combinatoria en tant qu'il opère dans la mathesis) nous fournit une science de la similitude, elle nous donnera donc accès à ce «quelque chose de métaphysique» qui la constitue. De fait, force est de constater que les déclarations précédentes n'excluent pas la possibilité de constituer à terme une «logique générale» qui vaudrait aussi bien pour les mathématiques et la métaphysique et dont la «science du semblable et du dissemblable» en mathématiques aurait été une préfiguration. Or, il se trouve que Leibniz envisage, à nouveau, très clairement cette possibilité et indique quelles sont les conditions qui devront être remplies pour qu'un tel projet soit réalisable :

Or la plus grande partie, et de loin, des pensées humaines, concerne ce qui ne peut en aucune manière être ou montré par des modules corporels, ou peint par des figures ; aussi les hiéroglyphes des Égyptiens et les petites images des Mexicains consistent-ils d'ordinaire en métaphores, et peuvent-ils aider la mémoire plutôt que la raison. Ainsi Dieu, et les Esprits, avec tout ce qui touche à l'entendement et à la volonté, les affects, vertus et vices, et toutes les autres qualités de l'esprit, mais surtout la puissance, l'action et le mouvement lui-même, aucune imagination ne peut les atteindre, quoiqu'ils produisent un effet sur les choses imaginables. D'autre part les notions communes comme l'être et la substance, comme unique et d'autres du même genre, comme le possible, le nécessaire, la cause, l'ordre, la durée, toutes peuvent être comprises par l'esprit, mais non discernées par les yeux. Et il en va de même pour le vrai et le faux, le bien et le mal, le plaisir et la douleur, le juste et l'injuste, l'utile et le nuisible. Pourtant tout notre raisonnement est ordinairement constitué à partir de ces notions, et non seulement les théologiens et les philosophes, mais encore les politiciens et les médecins sont obligés d'introduire tous les trois mots quelque chose qui dépasse les sens corporels, quelque chose de métaphysique. C'est donc ici qu'il manque une analyse des notions [C 343; trad. fr. R 153].

Tel est le point crucial pour comprendre le rapport des mathématiques, de la logique et de la métaphysique : il faut, pour pouvoir éventuellement constituer une «science générale» qui les unifierait, parvenir à mener à bien «l'analyse des notions». En supposant cette analyse des notions accomplie, la plupart des analyses de la *mathesis universalis* inversent le rapport réel qu'entretiennent dans l'œuvre de Leibniz les mathématiques et la logique. Ainsi venons-nous de constater que le passage des choses mathématiques aux substances réelles est présenté comme possible alors même que l'analyse des notions manque encore à l'appel. C'est ce rôle de la *mathesis universalis* comme *specimen* de la «science générale» ouvrant la voie à un usage en métaphysique qu'il faut maintenant étudier.

1.4. La mathesis universalis comme échantillon de logique

Autant les projets leibniziens de «science générale» sont suspendus à la réalisation d'une analyse des notions, qui manque régulièrement à l'appel, autant cette absence ne préjuge pas de l'existence de certains specimina, dont la nouvelle mathesis universalis est un exemple privilégié. Une première raison s'impose immédiatement pour expliquer ce statut singulier : la réalisation de l'analyse des notions est étroitement liée à l'analyse des caractères et elle n'est donc pas au même stade de développement dans toutes les disciplines. Les sciences traitant des imaginables, dans lesquelles le représentant et le représenté seront, par définition, du même genre (puisque le caractère est un type particulier d'image), sont évidemment privilégiées : la correspondance ou l'expression pourra, en effet, y être étudiée de l'intérieur de la théorie ; elle pourra même y apparaître comme un de ses objets propres (comme dans le cas de la projection qui sert ainsi de modèle

à tout système de représentation). Cette situation singulière était apparente, par exemple, lorsque Leibniz déplorait «l'absence, en dehors des nombres, de caractères que l'on puisse manipuler et qui correspondent aux notions» — la réciproque de cette affirmation étant évidemment que l'arithmétique nous donne un exemple privilégié, et régulièrement cité à ce titre, de science où l'analyse des caractères et l'analyse des notions se répondent parfaitement. La mathesis universalis comme algèbre ou arithmétique des nombres indéterminés tire de cette situation un premier privilège : ainsi possède-t-elle des caractères exacts et livre-t-elle une logique de l'imagination, où le parallélisme des raisons et des expériences est parfait.

Mais il ne faut pas s'arrêter à ce premier niveau, puisque Leibniz prend toujours soin de distinguer l'analyse des notions et l'analyse des vérités. On peut donc produire des démonstrations certaines sans connaître adéquatement les notions impliquées, ce qui est notamment le cas de toutes les connaissances qui reposent sur des définitions nominales plutôt que réelles. Or nous avons vu qu'il existe entre ces deux pôles des intermédiaires, dont les mathématiques fournissent à nouveau des exemples privilégiés. On peut, en effet, par le jeu des variations sur les hypothèses ou, d'un point de vue caractéristique, sur les signes ou les noms, parvenir à constituer des définitions plus parfaites que d'autres. Dans les mathématiques où les attributs considérés sont distincts, cette «analyse» permet d'atteindre la chose au plus près. C'est un second privilège de l'algèbre nouvelle que de pouvoir ainsi, par le jeu des transpositions de symboles, nous faire entendre «la chose même». La lettre à Gallois de 1672, puis la lettre à Mariotte de 1676, défendaient ouvertement cette thèse pour assurer la valeur du modèle mathématique contre les tentations d'ultra-nominalisme. Ce nouveau privilège, comme on le voyait bien dans la lettre à Foucher de 1675 et les commentaires qui l'accompagnaient, est moins lié à l'intervention du symbolisme comme tel qu'à la possibilité d'exhiber dans les mathématiques des invariants structuraux. Ainsi, plus généralement, l'usage des définitions génétiques et des démonstrations, éventuellement accroché à une expérience dont les caractères ne sont qu'un cas particulier, permet d'établir la possibilité d'un objet sans avoir nécessairement achevé l'analyse de sa notion. C'est notamment le cas des notions de la géométrie, sur lesquelles on peut donc envisager de nouvelles formes de «calcul», plus fines que celles données par Euclide.

Dans ce second cas, où l'analyse des vérités suffit, il semble que puisse être isolé un nouveau passage au réel qui ne soit pourtant pas le simple transfert d'une structure formelle des imaginables aux intelligibles. Il s'agit de faire fond sur la possibilité de s'assurer de la compatibilité des notions (et donc de la réalité à laquelle elles réfèrent) sans passer par la seule analyse complète. Un texte sur la valeur heuristique de l'art combinatoire (De arte inveniendi combinatoria) donne à ces distinctions un éclairage intéressant. Leibniz y sépare, en effet, deux acceptions de cette discipline, qu'il appelle ars combinatoria et scientia combinationum. Le premier fournissant une théorie universelle des combinaisons ne saurait donner par lui-même de moyen pour distinguer les combinaisons utiles de celles qui ne le sont pas¹⁹⁹. Il donne les variations des formes et formules sans pouvoir statuer sur la compatibilité. La Logique proprement dite ne peut pas s'identifier avec cette première théorie, puisqu'elle s'intéresse au vrai et donc aux restrictions qu'imposent aux formes combinatoires les exigences de la compatibilité (Logica de compatibili et incompatibili sive de connexo et inconnexo)²⁰⁰. Il y a donc lieu de distinguer une scientia combinationum, qui traite des combinaisons utiles (de eodem et diverso), puis, plus classiquement, les sciences traitant de simili et dissimili (ici appelée Analogica) ou de aequali et inaequali (Logistica sive de Calculo). Ces sciences ne sont pas subordonnées au sens aristotélicien, puisqu'elles s'aident l'une l'autre (Hae scientiae se mutuo adjuvant). De leur entraide pourrait d'ailleurs naître une combinatoire générale s'étendant à toute chose, sorte de «géométrie métaphysique» qui donnerait toutes les configurations de l'étant : Combinatoria agit quodammodo de Entium configuratione, seu coordinatione, nullo respectu habito loci, est quasi Geometria metaphysica²⁰¹.

La première conséquence de cette description est que la dérivation achevée de la mathesis à partir de la logique par l'usage de l'art combinatoire supposerait que la compatibilité des notions soit assurée. Ce n'est évidemment pas le cas tant que l'analyse générale des notions n'est pas achevée. En attendant, l'ars combinatoria doit donc rester en partie formel, au sens où il opère vi formae sans pouvoir statuer sur la compatibilité des

¹⁹⁹ Aliud est ars Combinatoria aliud Scientia combinationum, quae tamen utiliter praemittetur, ut primum appareat natura combinationum in universum, postea modus doceatur utiles combinationes ab intuilibus distiguindi [A VI, 4, A, 332 (entre mai et juin 1679?)].

²⁰⁰ Sur les connexions inutiles, voir «Sur la synthèse et l'analyse universelles» : «toutes les notions dérivées proviennent de la combinaison de notions primitives, et les composées de la combinaison de notions composées. Mais il faut prendre garde que la conjonction de notions incompatibles entre elles ne rende les combinaisons inutiles» [trad. fr. R 137].

²⁰¹ On comparera avec le texte déjà cité n. 58, où toutes ces disciplines se trouvaient rassemblées sous l'idée d'art combinatoire, distinguée de la «Mathématique ordinaire» qui «traite de uno et multis, de magno et parvo, de toto et parte. On peut même dire que la Logistique ou bien l'Algèbre lui est sousordonnée en un certain sens» (De l'horizon de la doctrine humaine, éd. M. Fichant, p. 36). En effet, ce passage rend d'autant plus sensible l'image qui avait alors permis l'introduction de l'art combinatoire : celle d'un océan où cet art avait été trouvé plus par hasard que par méthode. De même peut-on remarquer que les très nombreux exemples de Caractéristiques données comme Application de la Spécieuse générale ne pouvaient s'entendre comme des interprétations d'un même calcul, puisque Leibniz insistait au contraire sur leur distinction. Ainsi l'ars combinatoria apparaît comme un répertoire de différentes théories combinatoires (scientia combinationum), entre lesquelles certains passages nous sont ménagés sans que soit encore réalisée l'authentique Logique qui en serait l'achèvement.

termes impliqués dans ces formules et donc sur la réalité des objets qu'il manipule. Mais l'autre conséquence, qu'il ne faut pas négliger est que tout domaine où peut être isolée la possibilité des notions, même si les notions des éléments n'y sont pas complètement analysées, pourra fournir un échantillon de «science des combinaisons» et une logique en quelque sorte «locale». C'est évidemment le cas de la logique des mathématiques que fournit la mathesis universalis et il n'y a guère de surprise à voir ici apparaître face à la Logique en général, la Logistica et la scientia de simili et dissimili (ou Analogica). De ce point de vue, on peut faire fond sur les privilèges de l'algèbre et envisager des extensions en affinant l'analyse des notions par passage de l'égal au semblable, du semblable au coïncident. Nous verrons que c'est très exactement la stratégie suivie par les Elementa nova où «l'entraide» des différentes sciences permet effectivement la mise au point d'une «logique de l'imagination» plus large que la traditionnelle Logistique.

Revenons alors à la pierre de touche de ce débat : la notion de la «similitude». Nous avons vu que la *mathesis* ne peut, par elle-même, aller jusqu'à analyser ses notions au point de décider si les objets qui y correspondent sont ou non réellement semblables. Le seul passage qu'elle semble pouvoir alors ménager aux «substances réelles» serait d'indiquer le lieu où elle échoue et où la métaphysique doit prendre la relève. C'est ce que nous avons appelé le passage «par différence», celui où la mathesis universalis «ouvre la voie», surtout tant que nous manque une véritable «analyse des notions». Mais cette comparaison du point de vue de l'analyse des notions ne vaut pas du point de vue de l'analyse des vérités. La mathesis peut bien poser des classes d'équivalence, puis étudier par variation et exhiber par combinaison des invariants structuraux opérant sur ces classes d'équivalence. Elle construit alors une logique des mathématiques sur le modèle de l'algèbre. Or cette perspective, du point de vue de l'analyse des vérités, permet de mieux comprendre le fonctionnement propre de la Logistique comme travaillant sur des relations, dont les éléments peuvent rester inanalysés. Tel est le vrai privilège de la connaissance aveugle ou symbolique. Elle donne, remarquons-le, à la doctrina rationum un sens totalement nouveau : en considérant les grandeurs comme des classes d'équivalence par la relation de congruence (ou superposabilité) et non comme des éléments, la théorie générale des grandeurs révèle, en effet, sa nature profonde de structure opératoire valant sur des relations (d'équivalence)²⁰². Quand je dis que le rapport de deux grandeurs «est égal» au rapport de deux autres grandeurs, ce qui est la définition traditionnelle de la proportio, je dis en fait qu'existe une

 $^{^{202}}$ On se rappellera, à ce propos, que Leibniz crédite le livre V d'Euclide de fournir la première théorie symbolique.

correspondance qui associe une classe de congruence à une autre de telle sorte que les modes de liaison (ici la ratio) que ces classes entretiennent dans leur domaine respectif soient préservés – c'est-à-dire qu'il existe une certaine correspondance qui associe à une classe a une classe c et telle qu'elle associe à toute classe b, ayant avec a un certain rapport, une classe d ayant avec c le même rapport²⁰³. Cette «correspondance» se transfère facilement au modèle reconnu alors comme plus large dans le domaine des relations mathématiques: celui qui structure la position en géométrie et définit proprement la notion de similitudo (éléments qui paraissent les mêmes quand ils sont mis dans un système de coprésence, ou encore: éléments indiscernables du point de vue de la seule position respective de leurs parties). Ainsi on peut munir les similia d'une structure opératoire (les «rapports et proportions») qui généralise la traditionnelle doctrina rationum opérant sur les seules grandeurs.

Nous n'entrons pas dans le détail d'analyses qui formeront la substance de la nouvelle mathématique universelle et nous occuperont à ce titre par la suite. Mais il n'en faut pas moins faire tout de suite quelques remarques d'importance : tout d'abord, on voit que ces développements qui seront très explicitement faits par Leibniz, sont immanquablement écrasés par la conception trop générale où la mathesis universalis vaut, pour reprendre l'utile distinction faite par Leibniz, comme ars combinatoria plutôt que comme scientia combinationum ; l'idée d'une «théorie des structures» conçue comme une «logique des relations» structurant les champs d'objets n'est pas plus satisfaisante, car les structures leibnizienne opèrent beaucoup plus généralement entre les systèmes relationnels eux-mêmes. Parallèlement, une conception apparemment étroite de la mathesis universalis, dans la droite ligne de la doctrina rationum, n'enlève rien à son ampleur et à son intérêt, bien au contraire. Non seulement, on y découvre une compréhension du fonctionnement de la logique des mathématiques beaucoup plus subtile qu'on ne le croit parfois, mais elle nous donne surtout des exemples de formes utiles, échantillons du fonctionnement de la combinatoire générale dont rêve le philosophe. L'analyse des vérités s'y articule à une analyse des notions (syncatégorématiques) - sans que cette dernière soit nécessairement achevée jusqu'au niveau primitif (notions catégorématiques) - et ces vérités sont bien quelque chose de réel. En ce sens, sans nous donner accès aux étants en eux-mêmes, elle

 $^{^{203}}$ «L'égalité» entre rapports est donc définie, comme nous l'avons vu, comme un cas particulier d'homomorphisme : $f(a * b) \equiv f(a) * f(b)$ où la condition de réciprocité serait vérifiée (f est une correspondance, a et b les représentants de classes d'équivalence selon la relation de congruence ou «grandeurs» et * un «rapport»).

n'en donne pas moins accès à la manière dont on peut les configurer et les mettre en ordre. A ce titre, elle ouvre la voie à une véritable «géométrie métaphysique».

1.5. Quelque chose de métaphysique dans la mathesis?

Mais nous pouvons aller plus loin et ménager un troisième «passage» de la mathesis à la métaphysique. En effet, la mathesis permet également une analyse des notions catégorématiques, notamment dans le cas privilégié des nombres. On peut donc envisager de produire une analyse plus poussée de ses notions sur le modèle de l'analyse des nombres en leurs unités. L'idéal esquissé par Leibniz est que l'entraide des différentes théories des structures (Analogica; Logistica) permettrait la constitution d'une scientia combinationum si large qu'elle recouvrirait le champ de la Logique et livrerait ainsi toutes les manières dont les étants peuvent être configurés et coordonnés. Ainsi Logique et Art combinatoire pourraient idéalement coïncider. L'exemple privilégié de cette extension, qui justifie l'appellation de géométrie métaphysique, est bien évidemment l'analyse des notions géométriques. Mais il y a ici un nouveau piège à éviter : Leibniz, engagé dans cette analyse, s'aperçoit en effet très vite que les relations primitives, comme la similitude et la congruence, ne suffisent pas à donner une description complète de l'espace, pourtant notion primitive de la géométrie, et nécessitent que leur soit adjointe la determinatio. Le passage de la géométrie à la métaphysique ne pourra donc pas se faire à la manière d'une application ou de l'interprétation d'une structure formelle. De fait, la détermination de cette forme dans la mathématique nécessite d'emblée de recourir à des principes métaphysiques, si bien que la distinction entre ces deux «interprétations» ne pourra pas être établie en toute clarté. Or c'est pourtant dans ce chevauchement que va opérer le dernier «passage» ménagé par la mathesis universalis.

Prenons l'exemple de la notion de droite. Un pur système de similitude ne permettrait pas d'établir l'axiome géométrique fondamental selon lequel «par deux points, il ne passe qu'une droite et une seule». Les points étant par définition des indiscernables, il n'y a pas moyen de départager les classes de courbes semblables joignant un point à un autre. La seule solution semble alors de faire intervenir une notion de distance (et donc une relation de congruence) qui permettra de définir la droite comme distance minimale entre deux points. Or Leibniz perçoit très finement les difficultés apportées par l'intervention de la congruence qui est une relation seconde et dont un certain nombre d'éléments de la géométrie, plus simples, semblent indépendants. Définir la droite par la congruence, comme

Leibniz l'a d'abord fait²⁰⁴, conduit à faire intervenir des éléments complexes dès les premières définitions des objets simples. Le projet d'analyse du *situs* est alors bloqué : ou bien, en effet, nous supposons une métrique donnée (par le théorème de Pythagore) et notre système apparaît comme dépendant de la donnée préalable d'une théorie géométrique déjà constituée²⁰⁵ ; ou bien, nous essayons de définir la distance comme chemin le plus court et nous tombons dans un cercle, les notions de droite et de distance se supposant l'une l'autre. L'idée de Leibniz est alors de partir de la notion préalable de chemin ou «trajectoire» sans supposer de notion de mesure. Ces «trajectoires» n'ont qu'une apparence trompeuse de mouvement et il faut les entendre dans un sens génétique. Elles correspondent plus adéquatement à des segments orientés, définis par des suites de points²⁰⁶. Comment puis-je alors définir une «droite» dans cette classe de trajectoires sans faire intervenir un système de comparaison de leur mesure ? La détermination offre la réponse à cette question. La droite est alors la classe des suites où la donnée de deux points quelconques permet de déterminer univoquement la suite tout entière²⁰⁷.

Nous ne pouvons ici entrer dans le détail de l'analyse complexe qui conduit à cette définition. Seul nous importe son résultat, acquis dès les premiers moments de la «caractéristique géométrique» : les objets primitifs de la géométrie ne peuvent être définis purement et simplement comme des classes d'équivalence (de similitude, de congruence) sans faire intervenir des conditions de minimalité (plus généralement d'optimalité), et donc une notion de détermination. Or cette notion n'a pas de justification théorique intrinsèque : rien ne permet d'assurer a priori que deux points donnés, comme éléments simples d'un pur extensum, permettent de déterminer univoquement une trajectoire (ou encore qu'il existe

²⁰⁴ Selon une inspiration tirée de Jungius dès 1671, cf. A VII, 1, 3 et 109.

^{205 «}Ces caractères permettront en effet d'exprimer les vraies définitions de tout ce qui relève de la Géométrie et d'en poursuivre l'analyse jusqu'aux principes, c'est-à-dire jusqu'aux axiomes et aux postulats, alors que l'Algèbre ne se suffisant pas à soi-même, se voit contrainte d'utiliser des propositions établies Géométriquement; or en prétendant tout ramener à deux propositions : la première portant sur la somme de deux carrés, la seconde sur la comparaison des triangles semblables, elle se voit réduite à tout détourner de son ordre naturel» [CG 147-149].

^{**206 «}Une ligne peut donc être nommée la trajectoire d'un point, en entendant par trajectoire un lieu continu et successif. Elle peut aussi être désignée en abrégé par : Ligne |b, en désignant par | ou par toute autre lettre un ensemble de nombres ordinaux arbitrairement choisis (numeros ordinales pro arbitrio sumtos collective)» [CG 165].

²⁰⁷ Le problème de l'infinité des trajectoires est posé en [CG 227]. Pour la définition par l'ordine respondentia qui fonde la définition leibnizienne, voir plus haut note 42. D'où la définition la plus simple : «une Droite est l'extensum perçu du seul fait que deux points en sont perçus simultanément» [CG 229]. Il ne serait pas sans intérêt de rapprocher la direction de cette recherche avec la définition moderne de la droite numérique comme espace muni d'une structure de groupe dans laquelle un système fondamental de voisinage de 0 (origine) est donné par deux points symétriques (ouvert de Q) - la droite réelle étant définie par complétion sur la droite rationnelle. Ainsi une origine, un point et une symétrie sont suffisants pour définir une droite par une structure calculatoire (ici celle de groupe).

une droite). Il faut se donner une notion de détermination, en plus de celle de similitude, pour que cet objet ait un sens. Il en va de même du cercle : rien ne permet de déterminer a priori si parmi une classe de courbes fermées correspondantes (selon la définition de la correspondance donnée précédemment), il en existe une dont tous les points seraient équidistants à un point intérieur donné²⁰⁸. Ainsi la détermination apparaît-elle comme une application du principe (métaphysique) «d'ordre» dans la géométrie²⁰⁹. On voit ici la force et la faiblesse du dispositif leibnizien : dans la mesure où il s'agit de retrouver la géométrie euclidienne, les considérations purement topologiques se heurtent à la difficulté de devoir justifier leur restriction finale à un domaine où valent des conditions métriques particulières. Or comme la ligne argumentative est précisément que les conditions métriques sont secondes par rapport à la détermination pure de l'espace, le fait de choisir des objets ayant de bonnes propriétés métriques apparaît comme relativement arbitraire. La seule justification que Leibniz propose alors est fondée sur un principe d'ordre ou d'économie :

Après avoir choisi deux points A et B dans l'espace, je peux en choisir une infinité d'autres, C, par exemple, possédant une certaine situation par rapport à eux ; mais s'il existe un autre point D ayant à l'égard des points A et B la même situation que le point C, je ne possède encore dans ces conditions rien de déterminé, car il n'y a aucune raison de choisir C plutôt que D. Il vaut donc mieux, pour raisonner par ordre, choisir un point qui soit le seul à avoir une certaine situation qui, en d'autres termes, soit défini par sa seule situation par rapport aux points A et B, tel que l'est par exemple Z ; le lieu de tous les points définis par leur situation par rapport aux points A et B est par définition la *Droite* ◆» (CG 321).

Tout le problème, qui apparaît remarquablement dans l'exemple du triangle équilatéral choisi par le *Tentamen anagogicum*, est que ce «principe de raison» n'est pas nécessairement opérant dans la construction des objets dérivés ou, plus exactement, qu'il opère selon des considérations complexes où entre le rapport entre l'économie des moyens et la richesse des effets. De ce point de vue, qui est celui des causes finales, il est très difficile de préciser le fonctionnement de la *détermination* dans les mathématiques sans se donner au préalable un tableau complet du monde mathématique et, comme il s'agit précisément d'explorer ce monde, le principe de détermination apparaît surtout comme un principe

²⁰⁸ On trouvera une très belle réflexion sur la difficulté à définir la ligne circulaire en [CG 207-209]. Voir également [CG 219], où Leibniz propose de définir le cercle à partir de deux points fixes.

²⁰⁹ On trouvera une très claire présentation de cette intervention du «principe d'ordre» comme principe du «plus déterminé» en mathématique dans le *Tentamen anagogicum* (1697) [GP VII, 270-279; voir l'édition du *Système nouveau de la nature et de la communication des substances*, par C. Frémont, p. 91-107]. Leibniz y retrace le parcours accompli depuis l'*Unicum Opticae*, *Catopricae et Dioptricae Principium* de 1682 [Dutens III, 145]. La fin du texte indique clairement le lien entre les déterminations géométriques, la loi de justice en algèbre et la loi de continuité, aussi bien que ce qui sépare les déterminations mathématiques (nécessaires) et architectoniques (impliquant un choix de perfection).

heuristique. Pour autant, cette justification pointe un aspect particulièrement important du travail du mathématicien dans la construction de ses objets et il n'est pas sûr qu'une définition purement topologique - par différence avec la finalité métrique clairement visée par Leibniz – puisse faire échapper aux difficultés qu'elle prétend régler. Si l'on suppose, en effet, que les mathématiques n'ont accès qu'à des objets idéaux, caractérisés par leur indiscernabilité, on se heurte immédiatement, de l'intérieur de la théorie, à la difficulté suivante : comment travailler avec des objets que nous ne savons pas distinguer ? Où prendre notre départ? Nous savons évidemment manier des structures générales sur des objets supposés interchangeables. Mais cette partie de la mathesis, étroitement dépendante de l'art combinatoire, ne peut aller jusqu'aux «éléments» de telle ou telle théorie particulière. Elle doit rester, par définition, à un niveau de généralité où les «éléments» ne seront pas discernables. Que mes objets indiscernables soient des nombres ou des points, par exemple, voilà précisément ce que ma théorie ne pourra pas dire. La mathesis universalis, comme théorie commune, semble d'abord occuper cette position où l'analyse des vérités prévaut. Mais la réponse de Leibniz nous oriente dans une autre direction. Elle indique, en effet, que la structure logique des théories mathématiques (axiomatique) impose par ellemême un principe d'économie ou de détermination posant des objets privilégiés ou «éléments» de la théorie²¹⁰.

Cette conception est étroitement liée aux premières réflexions menées sur la méthode mathématique elle-même. A supposer, en effet, que la démonstration soit une chaîne de définitions, nous aurons donc une infinité de théorèmes logiquement équivalents à une définition choisie. Si cette définition est nominale, donc arbitrairement choisie parmi une multiplicité d'expressions équivalentes, il n'y aura aucun moyen de justifier son choix. Or toute la stratégie déployée contre l'ultra-nominalisme va justement consister à préserver dans ce cadre la possibilité de définitions *réelles*. Si nous mettons à part le cas particulier où l'existence est attestée de l'extérieur, par l'expérience (validation par un modèle), les

De ce point de vue, on remarquera au moins que les mathématiciens modernes travaillent précisément de manière privilégiée avec un type particulier de correspondance, les «fonctions», qui remplissent très exactement le critère donné par Leibniz pour la determinatio au sens strict, c'est-à-dire l'unicité du déterminé. Or il ne semble pas y avoir de justification interne possible, autre que d'économie, pour choisir la fonction comme élément plutôt que n'importe quel autre type de correspondance. Bien plus, elle oblige à faire intervenir une détermination d'existence et d'unicité. Or ces exigences, utiles du point de vue du mathématicien, sont difficiles à manier pour le logicien. Nous ne faisons ici qu'indiquer allusivement cet aspect pour donner un sens plus fort à la determinatio algébrique, posée par Leibniz au principe de la mathesis universalis: de fait, on sait que l'algèbre permet précisément de mettre au point des techniques d'élimination des quantificateurs, du fait que la determinatio peut s'y inscrire dans le processus opératoire lui-même. Or cette propriété donne bien à l'algèbre dite élémentaire des propriétés de transparence exceptionnelle (elle est complète et décidable) et une valeur paradigmatique pour l'étude logique des systèmes mathématiques.

définitions réelles se caractériseront essentiellement par leur capacité à exhiber la genèse des objets (par analyse complète, lorsque cela est possible, ou par définition génétique, lorsque les éléments ne sont pas encore complètement analysés). Leibniz perçoit alors finement qu'on peut donc classer des définitions réelles plus parfaites que d'autres en fonction de leur capacité à engendrer un nombre plus grand d'objets. Cette stratégie permet d'isoler les «éléments» de la théorie par variation sur les procédures de construction (qu'on peut bien poser, dans un premier temps, à la manière d'hypothèses). Nous disposons donc d'un principe de sélection permettant, de l'intérieur de la théorie, d'isoler des objets privilégiés. Par définition, ces éléments sont construits selon un principe d'optimalité. Les principes «logiques» (essentiellement le principe d'identité) sont alors surdéterminés par des exigences heuristiques. Mais la contrepartie de ce travail d'analyse est que le principe d'économie ou d'harmonie ou d'ordre, qui dirige la découverte, n'aura pas de justification logique intrinsèque²¹¹. Il est, si l'on veut, la conséquence d'une croyance fondamentale, attachée à l'idée de théorie mathématique, selon laquelle il existe des éléments «simples», c'est-à-dire extrémaux. Or les mathématiciens savent bien, puisqu'ils travaillent sur des indiscernables, que la donnée d'éléments extrémaux n'est pas inhérente à tout système mathématique, mais spécifie certains systèmes parmi d'autres. Il en résulte qu'il y a quelque chose d'irréductiblement métaphysique dans la logique des mathématiques. La mathesis universalis ne pourra pas rester extérieure à ces exigences : en tant qu'elle a prétention à unifier les différentes théories mathématiques, elle récupérera cette orientation primitive liée au choix des objets privilégiés.

On objectera que ces considérations intéressent peu le working mathematician et que l'usage de la mathesis universalis sera donc, malgré nos efforts pour échapper aux tentations de logicisme, plutôt fondationnel qu'heuristique. Mais les premières analyses de Leibniz sur la mathesis universalis, où la détermination apparaissait déjà au cœur du dispositif, nous ont précisément indiqué que tel n'était pas le cas. De fait, un problème mathématique, s'il est formulé symboliquement, reconnaît généralement une infinité de solutions indiscernables. Nous retrouvons alors un enjeu important de la mathesis universalis, déjà apparu dans les Regulae: comment s'orienter dans la pensée des problèmes? Descartes avait proposé de régler la réflexion sur l'enveloppement des questions, une fois posée une suite fondamentale

²¹¹ On sait d'ailleurs à quel point l'harmonie d'un système logique est difficile à estimer. Ainsi le fait de s'en tenir à un nombre minimum d'axiomes n'est pas satisfaissant s'il rend le mécanisme de la preuve impraticable, comme dans l'axiomatique de Nicod où il n'y a qu'un seul axiome et un seul connecteur ; réciproquement, on peut envisager de sacrifier la perfection de la description syntaxique au profit de règles d'usage plus souples et plus maniables, comme dans le cadre des méthodes de «déduction naturelle».

d'objets donnée comme simple. Mais cela supposait d'être attentif à la question posée : à chaque type de problème répondait un type d'enveloppement et donc d'orientation par rapport au simple. La réduction de la mathesis à l'algèbre permettait de capturer cette orientation dans une classification générale, dont Descartes estimait qu'elle épuisait la géométrie. Le système de la mathesis abstracta pouvait alors sembler achevé. Mais la difficulté restait pourtant entière : comment justifier, de l'intérieur de la mathesis, le fait que l'algèbre soit la seule science «précise», «exacte», «simple», bref harmonieuse. Seule une décision métaphysique permettait de pleinement justifier ce choix. Comment pourrons-nous procéder si nous refusons cette restriction? Leibniz perçoit bien que la «simplicité», même si nous ne pouvons pas la définir a priori, obéira toujours à un critère général de discernabilité, donc de détermination ou d'ordre. Si un problème a une infinité de solutions équivalentes, la solution «la plus simple» ou «la meilleure», si elle existe, sera par hypothèse une solution qui a une propriété de maximalité ou de minimalité²¹². On peut donc donner un critère général de repérage du simple comme déterminé. Il y a ici une parfaite homogénéité entre le travail d'analyse algébrique et le travaille d'analyse des notions (par exemple, du situs) - analogie sur laquelle faisait fond le traité de Mathesis universalis pour faire de l'algèbre le prototype de logique des mathématiques : dans les deux cas, le mathématicien va se tourner vers les singularités du champ pour s'y repérer et ses singularités s'y définiront par des conditions générales de détermination. Gardons-nous donc de séparer le travail de construction axiomatique des objets et de résolutions locales des problèmes : pour Leibniz, il n'y a pas de coupure entre ces deux aspects et une logique générale s'y révèle comme ars inveniendi.

On pourrait d'ailleurs poursuivre ce chemin jusqu'au plus profond des considérations métaphysiques, puisque l'orientation qui gouverne ici la construction des théories comme principe du meilleur trouve sa source dans l'idée que nous nous faisons de ce que doit être une «bonne» théorie et, à terme, une «bonne» image du monde. Or il n'y a, évidemment, aucune raison intrinsèque pour qu'une «bonne» théorie soit une théorie riche, économique, «harmonieuse». De même n'y a-t-il aucune raison immanente qui puisse nous assurer que notre monde est «riche» en phénomènes. Il s'agit là de croyances qui sont de simples conséquences de notre désir de savoir lui-même. Même s'il n'est pas ici question de dérouler le fil de ce «désir d'ordre», on peut alors remarquer que le système métaphysique, auquel Leibniz parvient, pose la corrélation de la perception et *de l'appétition* qui fonde la

²¹² Le texte le plus clair de ce point de vue est le *De usu artis combinatoriae praestantissimo qui est scribere encyclopediam* (été-automne 1678?) [A VI, 4, A, 84-85].

variété des phénomènes et qui épuise les actions internes de la monade, elle-même miroir de l'univers harmonieux. Aussi ne faut-il pas se priver d'indiquer cette voie ouverte de l'intérieur de la mathesis universalis où la science pure de l'ordre montre le chemin du «principe d'ordre» comme principe du meilleur et, plus fondamentalement, du désir d'ordre, comme ce qui structure en propre notre puissance, y compris sous sa forme de puissance théorique.

*

L'analyse d'ensemble du rôle de l'«authentique» mathesis universalis nous donne donc les indications suivantes : elle n'est, à proprement parler, ni une théorie générale des relations, ni une ontologie générale, mais cela ne signifie pas qu'elle n'ait aucun rôle comme théorie des relations dans la constitution de l'ontologie. Trois usages peuvent alors être distingués : tout d'abord, la mathesis universalis, comme logique de l'imagination, donne les formes générales de détermination des imaginabilia; tout objet existant qui ne satisfait pas à ces conditions est susceptible d'être une substance ou un mode. C'est l'aspect heuristique de la modélisation mathématique qui indique d'elle-même le point où elle ne peut atteindre. Un aspect notable de cette conception est que «l'objet» visé - Dieu excepté - ne pourra généralement pas être saisi sans la détermination mathématique. Car un objet qui échapperait simplement à la logique de l'imagination pourrait aussi bien être imaginaire. Encore faut-il donc s'assurer qu'il *existe*. Mais l'existence, si elle ne découle pas logiquement de la notion de l'objet, comme dans le cas de Dieu, ne peut s'attester simplement par la perception et réclame une forme d'harmonie ou de «conjonction», que seule la mathématique permet de discerner. Il n'y a donc aucun moyen d'assurer de l'intérieur de la connaissance mathématique la réalité d'une entité physique. Rien n'empêche, par exemple, de considérer la «force» comme un invariant selon une certaine transformation de l'espace tout entier et non comme une entité réelle qui serait «conservée» dans le mouvement. La puissance de la conception leibnizienne est alors d'attirer le regard sur le mode de connaissance dont relève cette entité hypothétique («connaissance par les effets») en tant qu'elle oblige à un partage entre plusieurs expressions mathématiques. La question n'est pas de savoir comment nous exprimons la force comme invariant (expression qui sera nécessairement mathématique), mais comment nous l'isolons comme phénomène pertinent : c'est cette saisie même qui impose une croyance générale dans un principe de causalité, dont le fondement doit être extra-phénoménal, donc extra-mathématique, et même métaphysique²¹³. Selon ce premier usage, la *mathesis universalis* «ouvre la voie» à la compréhension du système des «substances réelles» et de leur «communication».

Le second et le troisième usage tiennent au fait que les structures mathématiques contiennent «quelque chose» de réel. C'est un point difficile à saisir dans la mesure où les objets mathématiques ne sont pas eux-mêmes des «êtres réels» (des modes ou des substances). Il est alors utile de bien séparer, avec Leibniz, les genres de notions : syncatégorématique et catégorématique. Dans le premier cas, nous avons affaire à des relations. Ces relations ne sont pas, en tant que telles, des êtres réels, mais on peut néanmoins en tirer des vérités et donc une forme de réalité. Posant, à titre d'axiomes, les propriétés de ces relations, on peut, par exemple, mener sur elles des démonstrations à la manière dont on démontre que la première figure du syllogisme permet d'engendrer toutes les autres (à partir de la relation posée comme définissant le «jugement» et de ses «propriétés» de conversion)²¹⁴. C'est, on l'a vu, la détermination générale de la «mathématique universelle» donnée encore dans les Nouveaux Essais. Si elle ne vaut qu'au niveau des «apparences», la mathesis universalis n'en donne pas moins accès à des apparences réelles puisque réglées et distinctes (par différence avec les phénomènes imaginaires). Combinés à la première approche, cela permet de définir in fine les relations mathématiques comme des «phénomènes de Dieu» puisque «Dieu ne voit pas seulement les monades singulières et les modifications de chacune, mais aussi leurs relations, et c'est en cela que consiste la réalité des relations et des vérités. Dans tout cela, il y a, parmi les premières, la durée ou l'ordre des successifs, le situs ou l'ordre des coexistantes, et l'échange ou relation mutuelle».

Mais nous aimerions surtout insister sur le troisième usage où s'indique mieux le rôle central de la *mathesis universalis* comme soutien d'une éventuelle «géométrie métaphysique». Si, en effet, nous nous en tenons aux deux usages précédents, la donnée d'un espace abstrait muni d'une structure opératoire, dispositif fondateur de toute

²¹³ Il ne sert à rien d'objecter que l'algèbre vectorielle rend le dispositif leibnizien caduque : la vraie question n'est pas de savoir si nous pouvons capturer la «force» et le «travail» dans une expression purement mathématique (les grandeurs orientées, qui sont réductibles à des formes d'ordre), mais de savoir *pourquoi* une expression vectorielle est préférable à une expression scalaire. Si nous définissons la mathématique comme «science de l'ordre et de la mesure», il n'y a aucune raison intrinsèque pour privilégier la mesure des grandeurs, comme quantité du mouvement, à la mesure des forces (par le travail). Ce sont, comme dit Leibniz, deux manières «d'estimer les raisons», qui ont chacune leur intérêt et leur utilité.

²¹⁴ On prendra garde, néanmoins, que dans le cas des mathématiques cette analyse des vérités est appuyée sur une analyse des notions syncatégorématiques, qui elle-même peut être appuyée sur une analyse des notions catégorématiques, si bien que la possibilité des notions peut y être établie. Il n'en va pas de même dans la logique, tant qu'y manque une analyse des notions : on *pose* alors des jugements considérés comme vrais ou faux et on en tire une «analyse des vérités».

mathématique générale, ne suffira pas, comme le faisait déjà remarquer Proclus, à rendre raison de la genèse des objets mathématiques. Encore faudra-t-il la référer à ses «principes» (qui règlent cette genèse). La grande force de Leibniz, apparue dès ses premières études sur la mathesis universalis et qui poursuit l'idée séminale de la mathesis universalis classique, telle que l'avait comprise les Regulae, est d'indiquer cette difficulté de l'intérieur de l'algèbre ellemême. En effet, le travail de construction des objets engagé par l'algébriste ne consiste pas à simplement poser un système opératoire et à en développer synthétiquement les résultats. Cette conception de l'algèbre comme arithmétique pratique est un aspect de l'algèbre qui coexiste avec le programme d'ars invendiendi attaché à l'idée d'analyse. Or il appert immédiatement, dans le second cas, qu'une solution est plus ou moins aisée à déterminer, selon des conditions d'intelligibilité qui débordent le système opératoire lui-même. Du point de vue de l'analyse, on est donc amené à déterminer des classes d'objets plus ou moins faciles à distinguer. L'algèbre est le premier exemple de théorie mathématique permettant une classification générale non des objets, mais de leurs modes de détermination. Mais si nous définissions les mathématiques comme une science des imaginabilia, qui sont par définition indiscernables les uns des autres, cette orientation va en sens contraire de l'orientation primitive puisqu'elle cherche à discerner. La mathesis universalis ne saurait donc se limiter à la simple structure opératoire : elle se définit, chez Leibniz comme chez Proclus, par une manière de «réflexion» des principes métaphysiques dans la théorie opératoire ellemême qui lui donne son sens. Elle nous indique, de l'intérieur du règne des indiscernables, l'excès irréductible du singulier.

2. ÉLÉMENTS NOUVEAUX DE MATHESIS UNIVERSALIS

2.1. La théorie générale des mathématiques et sa fonction dans le système du savoir

Les analyses qui précèdent permettent de mettre à distance la solution faussement évidente où les *Elementa nova mathesesos universalis* sont censés déployer une «logique des relations», qui donnerait le premier et le dernier mot de la «logique de l'imagination» comme logique des mathématiques. Cette lecture, invariablement reproduite, présente deux difficultés immédiates que nous pouvons désormais relever : d'une part, elle ne permet pas d'établir une claire différence entre les textes où Leibniz se livre à une théorie des relations mathématiques dans le cadre de l'analyse du *situs*, ou de l'élucidation des «commencements métaphysiques de la mathématique» — recherches qui ne semblent pourtant pas avoir été

identifiées à la *mathesis universalis*; on risque alors de faire émerger une théorie des relations abstraites qui n'a pas d'existence propre dans les textes, sinon programmatique, et dont la puissance logique serait le simple effet d'une lecture rétrospective; d'autre part, et en relation immédiate avec la première tendance, l'interprétation s'arrête alors généralement à la seule introduction du texte, s'étend peu sur le fait que le premier système des relations est immédiatement relevé par l'intervention fondamentale de la *respondentia* et néglige le développement propre de l'opuscule qui traite, plus classiquement, du statut des «quantités» dans leur rapport aux opérations.

A la première difficulté, il est toujours possible d'objecter qu'il n'y a pas de différences de contenu entre la mathesis universalis et la nouvelle analyse, dont l'analysis situs reste un modèle privilégié. La liste des relations proposées dans l'un et l'autre cas témoigne de cette proximité évidente²¹⁵. Nous ne revenons pas sur l'étude de l'émergence du programme d'analysis nova et sur la manière dont la mathesis universalis y prend place, qui rendent cette approche au moins discutable. En tout état de cause, une telle affirmation se donnerait précisément ce qu'il faut montrer : que l'analyse du situs est une «interprétation» d'un système formel plus général, auquel elle permettrait un accès privilégié, et dont mathesis universalis serait un des noms. Comme nous l'avons vu à maintes reprises, il faut, pour soutenir cette thèse que les textes ne soutiennent pas, faire intervenir plus ou moins explicitement l'ars combinatoria comme synonyme de la mathesis universalis. Plus largement, il faut supposer que la «mathématique universelle» n'est plus une science universelle des mathématiques, comme Leibniz l'a pourtant dit à plusieurs reprises, mais un langage logique, sinon un calcul logique, donnant aux structures imaginables leurs expressions fondamentales. Tels seront les axiomes logiques réglant ces différentes relations et dont Couturat aussi bien que Schneider ont proposé des reconstructions dans le formalisme moderne. Dans ce cas, la distance de la mathématique générale à la mathématique spéciale est celle qui sépare une structure formelle de ses interprétations.

Or cette solution, indépendamment des difficultés qu'elle porte dans la théorie de la connaissance, pose des problèmes techniques. On en trouve une trace claire dans le projet d'un *Linguae philosophicae Specimen in Geometria edendum*²¹⁶. De fait, il s'agit bien ici de s'interroger sur la langue philosophique que devra utiliser la mathématique. Or Leibniz y rappelle que les éléments de la langue géométrique ne devront rien emprunter au calcul «ni

²¹⁵ La stratégie développée par Couturat aussi bien que par Schneider, dans leurs études respectives, consiste d'ailleurs à comparer ces différent systèmes de relations sans se préoccuper de savoir s'ils sont amenés au titre de la *mathesis universalis* ou non.

²¹⁶ A VI, 4, A, 385. Janvier 1680.

même aux grandeurs, sommes, différences, raisons, compositions ou puissance ou sommes de raisons, ni à toutes les autres choses qui sont communes à l'Arithmétique et à la Géométrie»; aussi devront-ils se limiter «seulement aux points, aux droites, aux angles, aux intersections, aux contacts et aux mouvements»217. Cela pourra notamment se faire en indiquant comment toutes les expressions du calcul se peuvent ramener à des constructions linéaires et le profit n'en sera pas négligeable puisqu'il sera alors possible de traiter la géométrie, sans recourir aux dessins et aux calculs, «par la seule puissance de l'imagination et de la mémoire»²¹⁸. Nul doute que Leibniz distingue ici entre l'élucidation d'une analyse propre au situs et une théorie commune à l'arithmétique et à la Géométrie qui réfère alors, selon sa définition la plus traditionnelle, à la structure opératoire donnée par la doctrina rationum²19. La première ne saurait donc être une interprétation spéciale de la seconde. Réciproquement, il faut bien constater que les notions propres de la géométrie, qui servent d'éléments dans les différentes tentatives d'analyse du situs, comme celle d'étendue, de point, de mouvement (trajectoire) et d'intersection, permettant de définir les droites, les figures et les angles, sont remarquablement absentes des Elementa nova. Le parallèle des différentes «théorie des relations» est donc trompeur s'il se donne pour indice d'une identité de traitement.

Rien n'oblige évidemment à traiter ces deux aspects séparément : il est même plus intéressant de doter la géométrie de la structure opératoire la plus riche possible, notamment en y exposant le calcul des grandeurs et, plus généralement, ce qui y relève de «l'estime des raisons». On trouve ainsi de nombreux textes sur le calcul du situs qui exposent cette théorie opératoire commune, critiquent la conception trop étroite de mathesis universalis des cartésiens, où le situs est écrasé par la magnitudo, et laissent donc présager qu'une nouvelle mathématique universelle devrait pouvoir prendre en charge les relations isolées dans le cadre du nouveau calcul. Dans ce cas, on peut envisager de transférer la structure opératoire qui vaut de la grandeur aux «lieux» géométriques en faisant fond sur l'analyse qui définit la magnitudo comme un nom pour la congruence ; cela permet

²¹⁷ Nous soulignons. A VI, 4, A, 385: Hac ratione ubi primum Elementa explicuero, gradus ad caetera omnia non difficilis erit. Nihil autem calculi hic miscebo, imo nec de magnitudinibus, summis, differentiis, rationibus rationumque compositionibus, aut potentiis aut summis, caeterisque quae communia sunt Arithmeticae et Geometriae, sed solis punctis, rectis, angulis, intersectionibus, contactibus, motibus sum locuturus.

Ostendamque quomodo expressiones calculares vel mixtae vel lineares revocentur. Fructus autem erit maximus, quoniam hac ratione licebit Geometricas ratiocinationes maxime subtiles sine charta, sine pulvere, sine calculo, sola imaginationis et memoriae vi peragere (Ibid.).

²¹⁹ On remarquera également qu'il s'agit de procéder *sola vi imaginationis*, par différence avec le calcul ou le tracé, indication éclairante pour comprendre ce que peut être, par différence, une *logique* de l'imagination.

d'envisager de généraliser cette structure (notamment aux classes de similitude)²²⁰. Les Elementa nova suivent clairement cette voie puisque la nouvelle mathesis universalis, qui doit s'étendre aux problèmes qui transcendent l'algèbre, s'y soutient de la possibilité du nouveau calcul géométrique. Reste qu'il ne faudra pas confondre ce qui revient à la théorie opératoire commune et ce qui relève en propre de chaque discipline mathématique sous prétexte que la première peut légitimement intervenir dans l'exposé des secondes. Car la réciproque ne vaut pas et lorsqu'il s'agit d'exposer la première, il ne fait aucun doute que doit s'en trouver exclue «la mathématique spéciale qui traite des Nombres, du Situs ou du Mouvement»²²¹.

Ces distinctions faites, on aurait pu lire le texte des Elementa dans son développement propre. Car l'analyse des relations - qui sert surtout à démarquer la recherche mathématique de la recherche métaphysique tout en préservant la possibilité d'un accès à la qualité – n'y soutient pas une description des objets du champ comme cela pouvait être le cas dans les essais de caractéristique géométrique. Elle est immédiatement enserrée dans les limites étroites de la comparatio et de ses deux modalités traditionnelles, ratio et proportio: «Si deux [choses] sont semblables, alors aucune autre comparaison ne peut être instituée entre elles que la Raison qu'ils ont l'un à l'autre, et la proportion, c'est-à-dire l'identité de raison des [choses] mises en correspondance»²²². Le champ propre de la mathesis universalis, comme théorie de la comparatio (simple ou complexe), est alors explicitement réinvesti. Que cette structure opère sur des choses semblables ne doit donc pas nous égarer : il ne s'agit pas, comme dans le cadre de l'analyse géométrique, de donner un mode de constitution des objets à partir des éléments primitifs (extensum et point²²³) et des relations fondamentales (similitude, congruence), mais d'opérer sur ces relations qui sont les éléments de la mathesis universalis; ainsi la comparaison n'est pas une relation de similitude, mais une structure entre semblables (ou classes de similitude). Bien plus, cette «comparaison» opère très explicitement selon ses deux formes les plus traditionnelles : la

²²⁰ Voir, par exemple le De Calculo situum: Uti Magnitudinum Logistica seu Mathesin generalem ad calculum reducimus, utimurque imprimis rationibus et aequationibus, ita calculus quidam in situ institui potest per similidutines et congruentias. Literae autem in Calculo Magnitudinis designare solent ipsas Magnitudines. In calculo Situs possunt designare puncta et loca [C 550].

²²¹ A VI, 4, A, 514, 2.

²²² Si duo sint similia, tunc nulla alia in ipsis institui potest comparatio quam Ratio ipsorum inter se, et proportio sive eadem ratio respondentium [515, l. 11-12].

²²³ On se rappelera qu'il n'est pas possible de produire la géométrie à partir de la seule notion de *situs* en faisant l'économie de la donnée d'un extensum : «Il est vrai que l'étendue naît du situs, mais elle lui ajoute la continuité. Les points ont un situs, mais ils n'ont ni ne forment une continuité, et ils ne peuvent être par euxmêmes» [GP II, 370-371; trad. fr. C. Frémont, *L'être et la relation*, p. 130]. Leibniz rappelle d'ailleurs, à cette occasion, qu'une infinité de points peut donc disparaître ou apparaître dans un espace sans rien changer à sa continuité.

ratio et la proportio – Leibniz prenant même soin de préciser qu'il n'y a pas d'autres modes de comparaison des *similia*.

L'extension de la nouvelle mathématique universelle provient donc moins de la donnée d'une structure opératoire radicalement nouvelle, sur laquelle Leibniz va d'ailleurs peu s'étendre, que sur son «objet». Elle connaît, en effet, un développement considérable du fait que la traditionnelle doctrina rationum n'opère plus ici entre grandeurs, c'est-à-dire entre objets comparés selon la congruence, mais directement entre les relations mises en correspondance, qu'elles soient de congruence, de similitude ou de coïncidence. Aussi n'y at-il guère de surprise à voir la position de la comparatio immédiatement suivie d'une remarquable définition de la correspondance: «Soit un élément d'une collection d'une part, un élément d'une autre collection de l'autre : si le premier se réfère selon une certaine loi aux éléments de sa collection de la même façon que le second aux éléments de la sienne, ils sont en correspondance. Ainsi des côtés homologues des triangles semblables»²²⁴. C'est cette correspondance qui va être au principe du nouveau sens de la comparatio investi par la mathesis universalis leibnizienne. D'après sa définition, il ne s'agit pas d'une correspondance au sens que nous donnons aujourd'hui à ce terme. Mais cette description nous trouve bien préparés : comme nous n'avons cessé d'y insister, la correspondance ou l'expression est moins une fonction reliant un élément à un représentant (ou «image») selon une loi donnée qu'une fonction reliant cette loi elle-même à une autre (ou homomorphisme).

C'est donc le transport de la «similitude», donnée sur un champ d'objets mathématiques, qui est réglé par la structure opératoire de comparatio. Ce rôle de la similitude, très différent de la manière dont elle est convoquée dans les textes sur l'analyse du situs, apparaît clairement dans le premier mode de comparatio envisagé où il s'agit de montrer que «les similitudes peuvent être connues par les grandeurs». On voit alors très clairement que la considération de la forme en mathématiques ne saurait être exclusive de la considération quantitative, puisqu'elle est ici connue par l'intermédiaire des mesures. Il n'y a donc pas lieu d'opposer, comme cela s'est si souvent fait, une mathématique de la qualité et une mathématique de la quantité – ce qui ne devrait pas nous surprendre puisque nous cherchons une mathématique universelle. Ainsi, dit Leibniz, si les angles correspondants de deux triangles sont égaux deux à deux, ces figures sont semblables et leurs côtés sont

²²⁴ Sunt autem respondentia, unum ex pluribus ab una parte, cum alio ex pluribus ab alia parte, si illud secundum quandam relationem eodem modo refertur ad sua complura, ut hoc ad sua complura, quae in Triangulis similibus dictuntur homologa latera [515, l. 12-15].

proportionnels²²⁵. Cela ne veut absolument pas dire que les similitudes n'ont d'usage que dans le cadre de la théorie des grandeurs et Leibniz s'empresse de montrer «à l'inverse que les grandeurs peuvent être connues par les similitudes». Le fait que la comparaison opère entre les relations et qu'elle a, en conséquence, un caractère «universel» est ici particulièrement apparent. Ce lien profond entre les différentes relations ne se limite d'ailleurs pas à l'égalité et à la similitude : on peut également déterminer les coïncidents par la comparaison des équations ou encore «sous la considération de la similitude», etc.²²⁶.

Si «logique des relations» il y a, c'est donc en un sens très différent du calcul logique auquel elle s'est trouvée trop souvent réduite. En s'arrêtant aux premières descriptions, on s'expose même à de profonds malentendus. Ainsi, il est parfaitement clair dans le développement du texte que le passage d'une relation à l'autre ne se fait pas selon un schéma de dérivation, contrairement à ce que laissait augurer l'ouverture du fragment. En effet, la classification générale des relations opérant selon la plus ou moins grande difficulté à distinguer les objets, il en résultait évidemment que les objets les plus difficiles à discerner «cumulaient» pour ainsi dire les points de vue sous lesquels ils apparaissaient comme indiscernables. Ainsi pouvait-on constater que «les choses qui coïncident sont d'autant plus Hypallèles, et celles-ci d'autant plus congruentes, et les congrus d'autant plus semblables. De fait, plus de choses sont requises pour démontrer la coïncidence que la congruence, et plus dans la démonstration de la congruence que dans la démonstration de l'égalité ou de la similitude»²²⁷. Il était alors tentant de réduire la logique de l'imagination à cette belle structure déductive. Mais c'est n'est pas ainsi que procède le texte : une fois n'est pas coutume, Leibniz s'intéresse plutôt à la dimension heuristique de cette logique qu'à son aspect purement constructif (ou syntaxique). De ce point de vue, les passages d'une relation à l'autre via la structure opératoire sont beaucoup plus riches que ce que laissait présager la seule comparaison (purement logique) de leurs «réquisits».

²²⁵ Similitudines interdum cognosci possunt per Magnitudines; ita similes sunt figurae cum angules respondentes sunt aequales; item cum latera respondentia sunt proportionalia. Proportionalitas autem seu identitas duarum rationum intelligitur, cum numeri provenientes si antecedens dividatur per consequens, utrobique sunt aequales [515, l. 19-22]. On notera, à ce propos, que Leibniz donne une définition générale de la proportionalité qui confirme le rôle essentiel tenu par les mesures numériques dans cette structure commune.

²²⁶ Contra Magnitudines vicissim inveniuntur per similitudines, ut Magnitudines Angulorum per similitudines figurarum, magnitudines numerorum, per identitates rationum (...)/Quod vulgo comparationem Aequationum, nihil aliud est, quam cum supponitur duas formulas diverse expressas esse revera coincidentes, unde respondentes quoque magnitudines quae unamquamque determinant, debent inter se esse coincidentes [516, l. 1-5].

Patet autem quae sunt coincidentia ea multo magis esse Hypallela, et haec multo magis congrua, et congrua multo magis esse similia. Plura autem requiri, ut alique demonstrentur coincidentia quam ut congrua, et plura ut demonstrentur congrua, quam ut demonstrentur tantum aequalia, vel tantum similia [515, l. 3-6].

Peut-être s'est-on égaré à supposer que la Mathesis universalis leibnizienne, dans son acception la plus large, se proposait de déployer une science de la forme entièrement indépendante des considérations quantitatives²²⁸. Ce projet fut assurément au principe de la partie fondamentale de la théorie pure de l'espace ou analysis situs, préalable à la détermination d'une métrique, mais le désir de pénétrer les éléments propres de la géométrie y supposait précisément la mise à l'écart de ce qu'elle contient de commun avec l'arithmétique (ou l'algèbre, comme arithmétique des indéterminés). La théorie pure du situs ne pouvait donc pas soutenir une mathématique universelle qui supposait, à l'inverse, de laisser une place très grande à la doctrine de la quantité, telle qu'elle est livrée par la théorie des nombres dans ce qu'elle a de commun avec la théorie de l'espace, et imposait donc de se placer dans le cadre minimal de la doctrine de toto et parte. De fait, «le Nombre est ce qui entretient avec l'unité la relation de partie à tout ou de tout à partie» et «la notion distincte de la Grandeur d'une chose est le nombre (ou une combinaison de plusieurs nombres) de parties congrues à un certain objet fixé (pris comme unité de mesure)»²²⁹; «d'où il ressort, poursuit Leibniz, que la différence entre Grandeur et rapport est celle entre un nombre concret et un nombre abstrait, la grandeur étant un nombre d'objets, en fait de parties, et le rapport entre un nombre d'unités»²³⁰. Que le domaine de la *comparatio* se resserre jusque dans les Elementa nova sur la doctrina rationum et qu'elle se tourne immédiatement vers la théorie des grandeurs est hautement significatif. Mais cela n'a rien de surprenant : par définition, des figures semblables ne peuvent être discernées que du point de vue de la grandeur²³¹. Même dans le cas où est visée une différence «intrinsèque» des figures, la comparaison joue encore un rôle essentiel : l'exemple régulièrement donné par Leibniz de la différence entre triangle isocèle et scalène, repose de toute évidence sur la possibilité de comparer les côtés ou les angles entre eux^{232} .

²²⁸ Selon l'opposition dressée par Couturat contre l'interprétation kantienne (voir l'Introduction à cette étude).

²²⁹ CG 179.

²³⁰ CG 181, qui précise : «Il est clair également que la grandeur d'une chose demeure la même quelle que soit l'unité de mesure dans laquelle nous voulions l'exprimer, alors qu'un rapport se modifie en fonction de l'unité de mesure choisie. De façon aussi évidente (par définition de la division) si l'on divise le nombre exprimant la grandeur A par un autre exprimant celle de B, le nombre obtenu, à condition d'avoir employé dans les deux cas la même mesure, soit la même unité, constitue le rapport entre les deux».

^{231 «}Je donne (...) une autre définition de la Grandeur comme ce qui permet de différencier deux objets semblables» [CG 179].

²³² «Il y a trois manières et, pourrait-on dire, trois degrés pour discerner les objets doués d'étendue et ne comportant aucune différence qualitative. Le plus haut degré est la dissemblance, il suffit alors de les observer un par un pour que leurs propriétés intrinsèques les différencient aisément ; on distingue par exemple aisément un triangle isocèle d'un triangle scalène, sans même les voir ensemble. Me montre-t-on un triangle en me demandant s'il est isocèle ou scalène, je ne juge pas nécessaire l'intervention d'un élément extrinsèque et je n'ai

Aussi faut-il être attentif à la singularité de la perspective choisie ici : autant, en effet, il arrive à Leibniz de suivre une ligne de fondation, dans laquelle il importe de donner les «éléments» de la mathématique, notamment ceux de la géométrie, préalables à la détermination d'une métrique; autant, il lui arrive de suivre une ligne d'enrichissement de la «théorie commune» qui se trouve complexifiée par l'analyse géométrique, mais non modifiée en profondeur, puisqu'elle reste modelée sur la doctrine des rapports et proportions. Dans le premier cas, l'objectif est de parvenir à définir les notions afférentes à la quantité à partir de déterminations plus profondes. C'est notamment ce qui est entrepris, dans le passage cité ci-dessus, pour définir les rapports de tout à partie en termes purement logiques²³³. Nous retrouvons ici la ligne directrice de l'analyse des notions qui tend à isoler un domaine de la pensée où Métaphysique, Logique et Mathématique s'accorderaient (Initia Rerum Mathematicarum Metaphysica). Mais remarquons bien que cela ne vaut que des fondements et que rien n'indique que ces différentes disciplines évoluent de concert dans la dérivation de leurs concepts complexes. D'où l'importance de la mathesis universalis où l'on ne se préoccupe pas de produire une analyse des notions achevée, mais où l'on fait plutôt fond sur l'articulation des notions et des vérités dans une théorie privilégiée : la logique des mathématiques. Tout l'enjeu est alors de déterminer dans quelle mesure cette théorie commune peut déborder le cadre strict du calcul algébrique, où l'articulation des notions et des vérités est immédiate (grâce à l'interprétation par les nombres). La remarque fondatrice de Leibniz est que, dans ce second cas, la théorie commune et les notions primitives peuvent entretenir des rapports de déterminations réciproques (déterminer les grandeurs par les similitudes et les similitudes par les grandeurs) permettant l'exploration d'un champ d'objets de plus en plus vaste à partir de la théorie de la raison entre grandeurs. Il suffit pour cela de remarquer que la théorie générale des grandeurs est en fait une théorie des correspondances entre rapports déterminés dans l'espace par une relation de congruence.

Cette remarque invite, plus généralement, à interroger l'idée selon laquelle Leibniz aurait voulu détacher la *mathesis universalis* du traitement de la quantité en l'ouvrant à une dimension «formelle». Elle commande notamment de référer ce programme à des procédures mathématiques précises, qui ne se contenteraient pas de poser la dépendance des expressions mathématiques à une science des formules. Comme nous l'avons vu en étudiant les *Regulae*, la première difficulté vient généralement de ce que l'on suppose, pour établir

qu'à comparer les côtés entre eux (sed sola latera eius comparo inter se)» [CG 185]. Sur les difficultés que pose le lien persistant de la comparaison en mathématique à la possibilité d'instaurer des rapports de tout-partie, voir la discussion sur l'angle [CG 93 et les notes de Echeverrìa].

l'opposition de la quantité à la forme, une définition de la quantité particulièrement naïve dans laquelle elle correspondrait essentiellement à des genres d'objets. Or dès qu'on se place dans le contexte d'une définition structurale, dont les premières traces sont à trouver chez Aristote lui-même, la coupure devient moins simple à saisir. Nous avons d'ailleurs vu que le jeune Leibniz, correspondant avec son maître Thomasius, interprète déjà la géométrie comme une sciences des formes, par où il entend les «rapports et proportions» et qu'il juge conforme à la doctrine du Stagirite. Il faut d'autant moins négliger cet aspect qu'il fut, à l'âge classique, au fondement des procédures de légitimation d'objets mathématiques au statut incertain comme l'angle de contact, les logarithmes ou les indivisibles : depuis les querelles de Peletier et Ramus jusqu'à celles de Cavalieri et Guldin, la meilleure manière d'établir qu'un «objet» relève de la quantité est de montrer qu'il est susceptible d'un traitement par les «rapports et proportions»²³⁴. Leibniz lui-même n'hésitera d'ailleurs pas à recourir à cette procédure pour justifier son propre calcul différentiel ou opposer à Bernoulli sa conception du calcul logarithmique. Or si nous convenons d'appeler quantité les objets susceptibles d'être soumis à une structure opératoire de «rapport et proportion», force est de constater que les similia qu'investissent les Elementa nova sont donc des quantités. Pour atténuer la contradiction qu'il y a à voir la forme ramenée à la quantité, alors que Leibniz a ouvertement fait fond sur leur distinction, on pourra dire avec lui que les similia «ont» une quantité (en tant précisément qu'ils sont susceptibles de ratio). Comme il le fait remarquer à Clarke, l'effet de paradoxe provient ici d'une confusion entre les quantités référées aux objets et celles référées aux relations elles-mêmes : «Les choses relatives ont leur quantité aussi bien que les absolues : par exemple, les raisons ou proportions dans les Mathématiques ont leur quantité, et se mesurent par les logarithmes»²³⁵. Ainsi les «rapports et proportions» sont eux-mêmes susceptibles d'avoir une quantité, c'est-à-dire d'être «mesurés» par des rapports et proportions, ce qui est effectivement la fonction originelle des logarithmes²³⁶.

Nous pouvons brièvement nous arrêter sur cet exemple pour indiquer la montée en puissance du concept de *mathesis universalis* qu'il indique. Les *Regulae* développaient, jusque

²³⁴ Sur cette stratégie générale, voir P. Mancosu, op. cit.

²³⁵ Correspondance avec Clarke, éd. Robinet, P.U.F, 1957, p. 151.

Le logarithme est considéré, à l'époque dont nous parlons, comme le «rapport» qu'entretiennent une progression géométrique et une progression arithmétique. Il permet donc de donner la «mesure» d'une progression croissant très vite (géométriquement) par une progression croissant plus lentement (arithmétiquement) et plus facile à manier, cf. C. Naux, *Histoire des logarithmes de Neper à Euler*, A. Blanchard, 1966-1977, 2 tomes.

dans ses dernières conséquences méthodologiques, un aspect remarquable de la doctrina rationum: la transparence qu'elle offrait des rapports entre objets aux rapports entre énoncés de la théorie, transparence qui est liée à son caractère de théorie opératoire. Ainsi la composition des objets fournit-elle une «image» de la composition des problèmes qu'on peut lui adresser (si du moins on prend bien garde à déjouer le piège d'un simple transport mimétique des degrés de composition aux degrés de difficulté). Or Leibniz va aller encore plus loin dans cette direction : si, en effet, on analyse le concept de magnitudo qui sert «d'objet» ou de «nature simple» à cette théorie, on s'aperçoit aisément qu'il ne livre pas un extensum pur, comme le croyait Descartes, mais sa prise dans un réseau de relations particulières (la mesure par le nombre de parties congruentes à une unité) ; une grandeur est donc, en termes modernes, le représentant d'une classe d'équivalence de l'espace euclidien par la relation de congruence ; or il en résulte immédiatement que la doctrina rationum opérait déjà elle-même sur des relations, si bien que la transparence susmentionnée opère en fait non de la forme à l'objet, mais d'une forme à une autre. Le processus de perspicuitas apparaît alors dans toute sa généralité et des théories de niveau plus élevé peuvent être envisagées (de la forme à la forme de la forme, et ainsi de suite). L'idée de repraesentatio y est généralisée par celle de correspondance d'une forme (une loi ou une règle opérant sur des imaginabilia) à une autre. Ainsi les logarithmes apparaissent comme la théorie des formes de rapports entre suites proportionnelles (selon une relation de «mesure» donnée par le taux de croissance de la progression géométrique en fonction de la progression arithmétique) – exemple qu'il faut citer d'autant plus volontiers que Leibniz estime très tôt qu'il est au fondement de la doctrina rationum des Anciens et fournit le principal argument pour refuser d'identifier cette dernière à une pure algèbre²³⁷.

Cet empilement de relations «représentées» les unes par les autres, dont le texte donne plusieurs exemples, indique remarquablement en quel sens précis la *mathesis universalis* peut bien apparaître comme une théorie des structures. Or un des intérêts majeurs de cette conception «structurale» est qu'elle autorise le transfert des schémas quantitatifs à toute forme – dans la mesure où ils n'ont pas prétention à les réduire à être une quantité, mais d'exprimer la quantité qu'ils ont – d'une manière très différente de la simple forme logique prise dans un calcul. Ainsi se trouve-t-on en mesure de comprendre

²³⁷ Voir le texte cité plus haut, p. 476 : «Néanmoins, je n'ai pas encore osé dire que raison et fraction ne sont qu'une même chose : car je vois que les anciens aussi bien que les modernes, quand ils parlent des raisons composées et multipliées n'entendent pas l'addition ou multiplication des fractions, mais celle des logarithmes dont les anciens avaient quelque idée confuse» [A VII, 2, 802].

des notions apparemment curieuses comme celle de «quantité de réalité». Leibniz l'emploie notamment dans la onzième de ses fameuses «thèses métaphysiques» : «Existe donc le plus parfait, puisque la PERFECTION n'est pas autre chose que la quantité de réalité». D'après ce qu'il en a dit précédemment cette perfection s'estime au fait que la série émergente dans le «conflit des possibles» est maximale, c'est-à-dire déterminée. On peut donc entendre la thèse comme une définition nominale de la «quantité de réalité» par la perfection, ellemême liée à une condition d'optimalité sur une série. Mais ce n'est qu'une manière détournée de reposer plus clairement le problème : qu'entendra-t-on par «déterminé» ou par «maximalité», dans une série qui n'est pas quantitative, mais a été jusqu'à présent définie de manière purement logique (ce sont des «possibles» comme notions enveloppant leurs états futurs, dont la série entière est déterminée par la condition de compossibilité).

La grande tentation est alors de reverser l'intuition de la quantité dans un «monde» considéré comme espace-temps où la notion de richesse des phénomènes pourra reprendre un sens purement quantitatif. Or Leibniz court-circuite précisément ce modèle : «(12) En outre il ne faut pas chercher la perfection dans la seule matière, ou dans ce qui emplit le temps et l'espace, et dont il y aurait de toute manière la même quantité, mais dans la forme, c'est-à-dire dans la variété»²³⁸. Il est tout à fait significatif que soient d'emblée écartées ici les deux manières communes dont la quantité s'introduit généralement dans la «réalité» : le temps et l'espace, au profit d'une notion de forme qui en généraliserait le dispositif. De fait, nous savons que le temps et l'espace ne sont pas des «êtres réels» et il est donc particulièrement difficile d'y estimer la quantité de «réalité». D'ailleurs, comme le rappelle Leibniz, ils sont eux-mêmes conçus, en tant qu'êtres abstraits, par des conditions de conservation qui rendraient la thèse triviale (tout espace-temps satisfait une condition d'optimalité quantitative, puisqu'il est défini par une structure stable de la quantité d'extensum et/ou de duratio; nous n'aurions aucun moyen de décider si un monde qui nous apparaît comme optimal l'est vraiment). La généralisation opère ici par la notion générale de forme, rapportée à la variété des phénomènes, elle-même rapportée à la «représentation distincte»²³⁹. Nous parvenons alors à la définition la plus générale qui unifie aussi bien le temps, l'espace que la forme elle-même : «en outre la possibilité de penser distinctement

²³⁸ On trouvera le texte latin de ces deux thèses ainsi qu'une traduction française en [R 469 («24 Thèses Métaphysiques»].

Thèse (13): «Il s'ensuit que la matière n'est pas partout semblable à elle-même, mais qu'elle est diversifiée par les formes; sans cela on n'obtiendrait pas autant de variétés qu'il est possible, sans parler de ce que j'ai démontré ailleurs, à savoir qu'autrement il ne se produirait pas de phénomènes différents» et «(14) Il s'ensuit qu'a prévalu la série par laquelle est produite la plus grande quantité de ce qui est pensable distinctement» [trad. fr. R 469].

confère l'ordre aux choses et la beauté aux pensées. Car l'ordre n'est rien d'autre que la relation par laquelle plusieurs choses sont distinguées (*Est enim ordo nihil aliud quam relatio plurium distinctiva*)»²⁴⁰. Le temps comme ordre de succession et l'espace comme ordre de coexistence ne sont que des cas particuliers de cette représentation distincte, qui recouvre toute «variété» comme unité (distinguée) du multiple. Or, comme nous pouvons établir une structure de *comparatio* dans la correspondance entre ordres, il en résulte immédiatement que l'on peut entreprendre de «classer» ces ordres selon leur plus ou moins grande «distinction», où s'indiquera la perfection du percevant (la suprême perfection étant, à la limite, de percevoir la variété du monde de manière parfaitement distinguée, c'est-à-dire que toute forme apparente d'irrégularité y soit prise dans un ordre – nous parvenons alors à un monde dans lequel tout objet représente tous les autres).

Leibniz est ici particulièrement allusif et il n'est pas facile de comprendre à l'aide de quelles procédures doit être estimée la «distinction» de la représentation ; mais on peut difficilement s'empêcher de tourner alors le regard vers la doctrine des monades où nous est bien proposée une hiérarchie fondée sur la «représentation distincte» à partir de la «multitude des petites perceptions où il n'y a rien de distingué»²⁴¹. S'il ne semble pas possible de «plonger» les monades dans l'espace et le temps pour déterminer leur mode propre d'individuation, il est, en revanche, possible de comparer leurs puissances respectives par la comparaison de leurs systèmes de «représentation» (qui sont leurs «actions internes»). Ainsi le «point de vue» n'est pas donné par le situs de la monade dans un espace perspectif général, dont Dieu serait le point à l'infini. Ce serait, en effet, considérer l'espace comme un cadre où chaque point métaphysique doit venir s'inscrire dans une relation d'extériorité contradictoire avec la notion même d'unité réelle. Il est donné par sa capacité à résoudre plus ou moins distinctement les «replis» de son âme, c'est-à-dire la représentation générale de l'univers. On voit pourquoi la Scientia infiniti est la partie la plus haute de la mathesis universalis : elle donne les procédures mathématiques de cette résolution. Mais prenons garde que ces «replis» ne sont pas simplement liés à l'espace et au temps : ils expriment également la forme comme telle et en particulier le système général de la

²⁴⁰ Thèse 15 (*ibid.*). Nous soulignons. Il est tout à fait remarquable, pour poursuivre une direction indiquée sur le lien de l'ordre au désir, que les thèses suivantes s'occupent à indiquer le lien de la distinction à la beauté. Ainsi le monde est-il un *kosmos* (17) et la *voluptas* est la perception de l'ordre (18).

²⁴¹ Voir *La Monadologie* § 21 (sur les petites perceptions et le problème de la distinction); § 48 (sur le fait que la perception et l'appétition des monades ne sont que des imitations «à mesure qu'il y a de la perfection» de ces attributs infinis en Dieu); § 49-50 (sur la notion d'action, comme perception distincte, qui permet de fonder la notion de perfection); § 61 (sur le système général de la «symbolisation» et les replis de l'âme) [éd. E. Boutroux, Livre de Poche, respectivement p. 135, 151, 152, 159, 160).

puissance. Ainsi la monade trouve-t-elle dans le dépliement de ses replis l'image du monde en tant que hiérarchie de puissance où elle se situe. Son *situs* métaphysique est la perception de son *situs* dans l'espace des puissances (mais non dans l'espace *tout court*, comme cadre dans lequel la matière brute viendrait se loger et produire à elle seule la diversité des phénomènes). En ce point, il n'y a pas d'écart entre l'authentique *mathesis universalis* et la *mathesis divina*.

Nous avions, dans un premier temps, cherché à comprendre comment la mathématique comprend quelque chose de métaphysique et ménage un passage vers elle ; nous comprenons maintenant qu'il peut y avoir également «quelque chose de mathématique dans la métaphysique»²⁴² et que le rêve ancien d'une quantification des formes y est possible et légitime. Même s'il ne nous est pas possible de suivre ici un chemin qui nous entraînerait trop loin de la mathesis universalis, il n'en faut pas moins l'ouvrir, car elle s'y trouve liée par son fondement. Ainsi verrons-nous que la position de l'ordre, comme notion fondamentale des mathématiques et de la métaphysique, soulève de nombreuses interrogations. De fait, on peut déjà noter qu'en termes de fondation, la difficulté reste évidemment entière : si la forme n'est capturée dans la mathesis universalis que par des systèmes complexes d'ordre et de mesure de second degré que gouvernerait le système opératoire premier de *comparatio*, on peut se demander dans quelle mesure la doctrine *de toto* et parte ne reste pas en position de domination – ce qui n'enlève rien, remarquons-le, à la singularité de relations plus larges, notamment de simili et dissimili, constaté au niveau des objets premiers. Il n'est pas indifférent que Leibniz parle alors de quantité de réalité et que la Règle générale de la Nature où se fonde la véritable mathématique universelle consiste encore dans l'estime des raisons. Or cette doctrine ne semble pouvoir avoir aucune validité ontologique, si la notion fondamentale de la métaphysique doit être une unité sans partie (ou Monade) et une dissimilitude absolue de tous les individus entre eux. On voit bien comment une communication générale des substances est possible par l'intermédiaire de leur représentation comme «perception distincte». Ainsi la comparaison générale des différents systèmes d'ordre nous donne d'elle-même une manière indirecte d'estimer la perfection de réalité des individus. Reste qu'il est difficile de pousser cette comparaison au point où elle nous donnerait un modèle des rapports entre les individus réels eux-mêmes, si ces individus sont irréductibles à toute prise dans la doctrine de toto et parte. Or c'est pourtant en ce point que se fonde la possibilité que le système des apparences s'attache à une certaine «réalité».

²⁴² Selon l'expression utilisée dans la lettre à Bourguet du 22 mars 1714 pour qualifier les réflexions que permet précisément l'estimation des puissances dans la *mathesis mechanica* [GP III, 569].

Ainsi le grand rêve d'un «calcul universel», qui permettrait de régler les questions métaphysiques à la manière dont on résout un problème mathématique, semble-t-il se heurter à une difficulté constitutive. Il faut d'ailleurs la laisser ainsi, en tant qu'elle a préoccupé Leibniz. De fait, il semble qu'une direction de recherche importante ait consisté à tenter d'échapper à cette impasse en définissant les rapports tout/partie à l'aide de définitions purement logiques et à isoler ainsi des modes d'inhérence qui en soient totalement indépendants. C'est clairement la visée du projet d'une théorie de continente et contento, distinguée de la doctrine des touts et des parties et plus fondamentale que le calcul logique ordinaire : «Aussi peut-on dire véritablement que toute la doctrine syllogistique pourrait être démontrée par celle de continente et contento, du comprenant et du compris, qui est différente de celle du tout et de la partie»²⁴³. On en trouve une illustration dans le projet des *Initia metaphysica* qui font intervenir la notion d'inhérence antérieurement à la notion de partie, dont elle ne serait qu'un cas particulier dans le cas des objets «homogènes»²⁴⁴. Plus généralement encore, la définition du temps et de l'espace comme des «ordres» invite à tenter une définition générale de ces structures à partir d'une logique générale de l'ordre qui semble opérante dans les *Initia metaphysica* où cette notion est définie en premier, avant la mise en place des notions proprement mathématiques²⁴⁵. Mais l'introduction de cette logique présente des difficultés assez grandes dans la mathesis où la notion de repetitio suppose une structure que le calcul logique ne peut justement pas donner²⁴⁶. Il n'est pas encore question d'entrer dans ces difficultés qui nous entraîneraient trop loin des Elementa nova, mais on peut simplement rappeler que le calcul logique ne fait pas intervenir la notion d'ordre et qu'il est donc un calcul des irrepetibilia. Plus profondément, les structures logiques semblent se distinguer des structures mathématiques par la loi d'idempotence et il semble donc très difficile de dériver celles-ci à partir de celleslà. Il y a ici la trace d'un possible échec du projet de mathesis universalis, en tant qu'il devait servir d'échantillon à une éventuelle analysis universalis, qu'il nous faut reconnaître comme tel pour mieux y revenir par la suite.

*

²⁴³ NEEH IV, 17, 8 [A VI, 6, 486].

²⁴⁴ GM VII, 19. Sur les rapports complexes de la doctrine de l'inesse et de celle des touts et parties en logique, voir J.-B. Rauzy, *op. cit.*, III § 11. «Genèse du calcul en intension : *inesse* et méréologie», p. 203 sq. ²⁴⁵ GM VII, 18.

Mais ces difficultés ne doivent pas nous arrêter au point de masquer l'entreprise engagée par les Elementa nova. Car, comme dans le cas du traité de Mathesis universalis, le traitement de la mathesis universalis ne s'arrête pas à de simples déclarations programmatiques que le commentateur aurait à poursuivre en les rapportant aux travaux des logiciens et des mathématiciens modernes. Certes, le traitement proprement dit est plutôt décevant du fait qu'il se concentre sur une théorie générale des quantités. Mais précisément, nous ne devons pas ici juger l'intérêt que portait Leibniz à la mathesis universalis à l'aune de l'intérêt que nous voulons y trouver. Or, sous ce point de vue, le plus significatif est moins l'originalité apparente de l'ouverture du texte et la puissance des structures qu'il permet d'exhiber, que la très grande proximité qu'entretient le développement proprement dit avec le traité de Mathesis universalis au sens étroit. L'extension est certes plus grande et la théorie d'autant plus puissante, au moins dans son projet, mais, dans ses grandes lignes, la direction reste la même : ainsi l'exposé tourne-t-il d'abord sur l'exemple privilégié de la «comparaison d'équations» où peuvent intervenir les notions de similitude et de coïncidence. C'est, sans surprise, le moment où l'ars combinatoria - dont on remarquera, à nouveau, qu'il n'est absolument pas identifié par Leibniz à la mathesis universalis – fait valoir sa primauté sur la logistique²⁴⁷. Comme dans le cas du traité de Mathesis universalis, ce premier ensemble permet d'asseoir clairement, contre les «cartésiens», la distinction essentielle de la relation et de la ratio : «Et cela, les débutants doivent le remarquer au plus tôt, eux qui confondent généralement les relations et les raisons. Car la Raison est la plus simple des relations, lorsque la comparaison de deux grandeurs ne nécessite pas d'assumer une troisième quantité qui leur soit homogène»²⁴⁸.

L'impression que cette étude s'occupe au même type de recherche que le traité programmé de *Mathesis universalis* est largement confirmée par la suite : en effet, Leibniz s'y tourne vers le traitement des notions syncatégorématiques (opérations) et catégorématiques (quantités), puis vers les méthodes (référées à l'usage des problèmes).

²⁴⁶ C 256: Calculus de continentibus et contentis est species quaedam calculi de combinationibus, quando scil. nec ordinis rerum, nec repetitionis ratio habetur. Nous reviendrons sur ce point plus bas.

²⁴⁷ 516, 6-12: Quod vulgo vocant comparationem Aequationum, nihil aliud est, quam cum supponitur duas formulas licet diverse expressas esse revera coinicidentes, unde respondentes quoque magnitudines quae unamquamque determinant, debent inter se esse coincidentes. Hoc locum habet non tantum in aequationibus, sed et in formulis magnitudinum, imo non tantum in formulis magnitudinum, sed et in formulis quibusvis aliis, ut si literae designarent non magnitudines sed puncta. Combinatoria enim seu doctrina de formulis generalior est Logistica seu doctrina Magnitudinis.

²⁴⁸ Et hoc imprimis tirones notare debent, quibus solenne est relationes confundere cum rationibus. Est autem Ratio relationum simplicissima, cum scilicet duarum magnitudinum comparationem nullam quantitatem tertiam ipsis homogeneam assumi necesse est (p. 519, l. 7-9).

Force est d'ailleurs de constater qu'il ne s'agit plus alors que du calcul des grandeurs, selon la définition la plus commune de la mathesis universalis : in Magnitudinum Calculo consideranda sunt Operationes et Usus ad problemata (519, 17). On imagine la déception de ceux qui, venant chercher ici une mathesis universalis radicalement nouvelle, l'ont érigée, pour les besoins de la cause de l'ars combinatoria, en logique générale – déception dont ils furent heureusement épargnés par les coupes savantes de Couturat. Quant à l'exposé lui-même, il avance les mêmes thèses que celles que nous avons déjà rencontrées et qui consistent à donner un sens aux quantités «irrégulières». Pour cela, Leibniz utilise la distinction entre les opérations effectives (in actu) et les opérations désignatives (per solam designationem), les secondes référant de manière générale à toute indication d'opération à effectuer sur des quantités. Dans ce cadre, il étudie, comme on pouvait s'y attendre, la «réalité» des opérations «impossibles» et avance qu'elles sont légitimées par leur réalisation in natura²⁴⁹. Ainsi se trouve notamment justifié le calcul de l'infini en tant qu'il réfère à des approximations permettant d'accéder à des quantités finies. Ces différentes stratégies nous sont déjà connues et nous nous contenterons d'en donner la conclusion où s'indique clairement le but de cette partie du traité : In his autem omnibus quantitatibus irregularibus quales sunt Nihilo minores, fracti, Irrationales, Transcendentes, Imaginarii, peculiares sunt observationes modo instituendi additionem, substractionem, Multiplicationem, divisionem, extractionem radicum (522, l. 25). Il n'y a ici aucune ambiguïté sur le fait que les *Elementa nova* prennent encore à charge d'établir une théorie générale des quantités et que la «forme ou qualité» y intervient dans ce cadre étroit. On y discerne également clairement la double lignée à laquelle se rattache Leibniz et qui était déjà celle de Descartes : une quantité est le nom d'une opération, mais sa «possibilité» s'établit généralement, dans les cas où n'avons pas de solutions en nombres distincts (per numeros distinctes, selon l'expression du De ortu), «dans la nature», c'est-à-dire dans une intuition.

Plus intéressante est la dernière partie où les *Elementa nova* poursuivent un peu plus loin que le traité de *Mathesis universalis*. En effet, la théorie générale des quantités proposée par Leibniz, dans la mesure où elle refuse de se limiter à l'algèbre et s'étend aux quantités «transcendantes», se heurte à une difficulté redoutable : les quantités transcendantes n'étant pas accessibles selon des *rationes*, par définition, la voie qui y conduit contient une forme d'indétermination intrinsèque. Il faut alors s'assurer qu'elle ne nous donne pas plus que

²⁴⁹ A VI, 4, A, 520, 12-29 et 522, 1-10.

nous cherchons²⁵⁰. Nous retrouvons ici une thèse déjà entrevue dans l'étude du *De ortu* selon laquelle c'est l'indétermination du problème qui est la réelle cause de l'incommensurabilité²⁵¹. Or elle nous indique que la question centrale de la méthode (et de la logique) en mathématique est celle de la détermination. Aussi ne pouvons-nous achever ce parcours dans les Elementa nova sans noter la très traditionnelle définition de la méthode de résolution des problèmes qui est alors avancée : In resolutione problematum, habentur determinationes, aequalitates, rationes, relationes. Considerandum quando et quomodo ex pluribus determinationibus possit veniri ad vera aequalitatem; item agendum de mutatione analogiae in aequalitatem, et contra. Ainsi la méthode de la «nouvelle» mathesis universalis se conclue-t-elle au point où nous l'avons laissée chez Descartes : il s'agit bien de maîtriser le déploiement des problèmes (ou questions) par les rapports, notamment par la réduction des analogies à une égalité. La force de Leibniz est moins ici d'avoir bouleversé le dispositif de ses prédécesseurs que d'en avoir élucidé la mystérieuse transparence : ce sont les notions de determinatio et de relatio qui la portent en tant qu'elles fondent le système des transformations entre rapports et proportions. Réciproquement, il est alors possible, par variation des conditions de détermination autant que des types de relations, de parvenir à transporter cette structure opératoire en dehors de l'algèbre où la philosophie cartésienne l'avait cantonnée. La grande question de la mathématique est alors de déterminer à quelle condition la determinatio peut ou non être maintenue.

2.2. La question : l'unité des mathèmata

Il nous faut, pour finir, revenir à une difficulté laissée ouverte et qui semble au principe de toute réflexion sur la mathesis universalis: peut-on, dans l'édifice construit par Leibniz, exhiber une réelle unité logique des objets mathématiques? La fin des Elementa nova a l'inconvénient de donner l'impression trompeuse que la théorie des quantités pourrait trouver son unité dans une théorie purement opératoire, dont Leibniz aurait eu le mérite de concevoir la généralisation en faisant porter la structure sur les rapports entre modes de liaisons eux-mêmes. Il y a là une tentation constante dans l'élaboration de la

²⁵⁰ Leibniz donne l'exemple des quadratures du cercle qui donnent en général les quadratures de n'importe quel secteur, dont on peut montrer qu'elles sont impossibles par des moyens algébriques: In quibus notandum est, plerumque ex eo oriri difficultatem problematum Transcendentium, quod non habentur rationes ad eas perveniendi, nisi justo ampliores, id est quae si succederent, plus darent quam quod quaerimus; ita viae quae ducunt ad quadraturam circuli, solent etiam ducere ad quadraturam cujuslibet sectoris generalem, quae algebraice impossibile est, quemadmodum demontrari potest. Itaque arte opus est, ud id quod quaerimus quaeramus via, quae ipsi soli sit propria.

²⁵¹ Verum talis est natura problematis saltem (Ibid. p. 522, l. 19-22).

«mathématique universelle» telle qu'elle s'est développée de Proclus à Leibniz, mais contre laquelle ils se sont justement, l'un comme l'autre, vivement battus. Autant il ne faut pas rester obnubilé par l'ouverture des *Elementa nova* au point de perdre le développement plus traditionnel qui la suit, autant il ne faut pas non plus aller jusqu'à gommer la leçon des premiers développements. Ainsi avons-nous vu qu'on ne trouvait pas une structure opératoire fixe et universelle qui mimerait la dépendance logique des relations entre elles et assurerait le passage des coïncidences aux similitudes et des similitudes aux congruences. Il s'agit plutôt de regarder comment l'usage de ces relations permet de les déterminer les unes par les autres, sans que l'une prévale pour autant sur l'autre. De même qu'on ne trouve pas chez Leibniz *un* calcul logique où tous les échantillons pourraient aisément se rassembler dans une théorie unique, de même ne trouvera-t-on pas de théorie mathématique opératoire universelle, qui pourrait servir de fondement aux mathématiques. L'objet de la nouvelle *mathesis universalis* est précisément la *comparaison* des structures, dont l'étude est clairement commandée par un intérêt *heuristique*.

Certes le but avoué de cette exploration des champs mathématiques est évidemment, comme le rappelle le titre de la pièce, de formuler des nouveaux éléments. Mais les seuls «éléments» auxquels on parvienne sont d'un côté les relations, dont nous venons de rappeler qu'elles sont prises en mathématiques dans des déterminations réciproques qui empêchent de les classer autrement que «logiquement», de l'autre les «quantités» au sens le plus banal du terme, c'est-à-dire les «nombres» en tant qu'ils «représentent» des opérations et concordent avec des intuitions. Il faut donc poursuivre l'analyse au point où tous ces exposés la laissent, c'est-à-dire au moment où l'analyse des notions atteindrait éventuellement aux éléments derniers. Or, force est de constater que la théorie générale des quantités proposée par Leibniz se heurte à la même tension que celle de ses prédécesseurs du fait qu'elle hésite entre le primat de l'ordre et celui de la donnée intuitive de l'étendue géométrique. Les objets mathématiques sont des noms pour des opérations, mais comme ces opérations peuvent n'être qu'indicatives, il y a deux manières de s'assurer de leur possibilité : le calcul exact (nombre, ordre) ou la donnée «dans la nature» d'une intuition correspondante. De même, avons-nous dû constater que le projet de mathesis universalis restait fortement dépendant de la doctrine de toto et parte, malgré sa volonté affichée d'en surmonter les limitations, et échouait à donner une description unifiée des objets à partir d'une logique générale. Avons-nous des moyens de trancher ces difficultés?

Un texte de la même période que les *Elementa nova* apporte à cette question une réponse stimulante. Leibniz y avance, en effet, que la «science de la grandeur» ou

mathématique, telle qu'on l'entend ordinairement, suppose donnée primitivement une variété ou diversité. Cette diversité, si on la conçoit du point de vue de la pensée pure est le nombre ou multitude ; si on la conçoit en y adjoignant l'idée d'une coperception, donne le situs²⁵². Nous retrouvons ici une direction, qui fut aussi celle qui suivit Descartes, selon laquelle le nombre se donnerait immédiatement à l'esprit comme simple conscience de la diversité des idées, d'où se dégagerait la notion abstraite de multitude. On ne peut alors manquer de penser à la définition de l'ordre déjà croisée dans les «thèses métaphysiques», qui se trouve relayée dans la lettre à Bourguet de 1712 : «il y a ordre à mesure qu'il y a beaucoup à remarquer dans une multitude»²⁵³. Ainsi l'ordre n'est-il qu'un nom de l'unité distinguée du multiple, elle-même structure de toute «perception distincte» et fondement des notions de multitude ou nombre, puis de situs ou extensio. Les objets mathématiques trouveraient alors une première unité comme structure de la représentation sur le fond des deux principes du cogito et du varia a me cogitantur. S'ouvre alors devant nous la voie royale, où les objets mathématiques peuvent donc être conçus à partir de la perception des monades et, à terme, comme «phénomènes de Dieu». Leur unité est alors conférée par la notion pure de l'ordre que l'âme saisit intuitivement en tant qu'elle a conscience de percevoir des choses distinctes.

Mais que faire alors du rôle de l'intuition géométrique dans la constitution d'une théorie générale des quantités? On peut, tout d'abord remarquer, que cette intuition intervient au défaut de la détermination : c'est parce que nous posons des questions indéterminées que naît de l'irrationnel, dont on peut néanmoins montrer, par une intuition où s'établit sa possibilité, qu'il n'a, en fait, rien d'irrationnel et d'irrégulier. Mais on peut aller bien plus loin dans la réduction de l'intuition géométrique à l'ordre pur, comme l'indique la gradation précédente de la multitude au situs. Ainsi peut-on déjà remarquer qu'il

²⁵² Mathematica scientia ea demum hodie dicitur quae agit de rebus quatenus earum magnitudo consideratur. Nulla intelligi postest magnitudo sine aliqua varietate seu diversitate in rebus quibus tribuitur, et quidem rerum diversitas, si specialis earum natura non consideretur, si spectata tantum prout cogitatur, multitudinem rerum seu numeros parit, si ponatur non cogitari tantum, sed et simul percipi, hinc oritur situs atque extensio. Denique si diversitas percipiatur in eodem diverso tempore, oritur mutatio sive sucessio (De rebus in scientia mathematica tractandis (entre 1680 et 1682?) [A VI, 4, A, 381-382]).

[«]Quand je dis, qu'il y a une infinité de Mondes possibles, j'entends, qui n'impliquent point de contradiction, comme on peut faire des Romans, qui n'existent jamais et qui sont pourtant possibles. Pour être possibles, il suffit de l'intelligibilité; mais pour l'existence, il faut une prévalence d'intelligibilité ou d'ordre; car il y a ordre à mesure qu'il y a beaucoup à remarquer dans une multitude» [GP III, 358]. Voir également, dans les tables de définitions de 1704 : Ordo est relatio inter multa, quae quodlibet a quolibet discriminatur [C 476]. Sur les tentatives pour donner une définition logique de l'ordre, voir J.-B. Rauzy, «Quid sit natura prius? La conception leibnizienne de l'ordre», Revue de Métaphysique et de Morale, 1995, n. 1, p. 31-48.

n'y a pas de *situs* sans ordre²⁵⁴. Certes, nous avons vu que le *situs* ne suffit pas à lui seul à rendre compte de l'extensum, qui lui confère la continuité²⁵⁵. Mais cette difficulté fut l'occasion d'une réflexion profonde de Leibniz qui le conduisit à proposer une définition de la continuité par l'ordre. C'est ce qu'envisage un des fragments consacrés à la caractéristique géométrique : «Pour ce qui est de l'espace ou de l'extensum lui-même (continuum dont les parties existent simultanément) sa seule représentation commode me semble, du moins pour l'instant, consister dans celle de ses points» [CG 163]. Ainsi l'extensum, d'abord notion primitive, se trouve désormais représenté comme ensemble de points. Il faut alors pouvoir produire une définition du trajet continu : «je représenterai les traits continus par des points indéterminés, c'est-à-dire arbitraires, choisis selon un certain ordre, mais de façon à faire apparaître la possibilité d'en choisir toujours d'autres entre eux, au-delà ou en-deçà» (ibid.). Cette première conception est déjà remarquable en ce qu'elle repose sur l'idée de points indéterminés, dont seul importerait l'ordre. Mais elle n'est pas suffisante à établir autre chose que la densité de l'ensemble de points choisis²⁵⁶. Or Leibniz explicite remarquablement les conditions qu'il impose pour que la continuité soit assurée : «Ainsi je noterai 3b6b9b l'ensemble du trait dont je nomme b le point général et sur lequel ont été arbitrairement choisies deux parties délimitées par les points 3b6b et 6b9b». On pourrait croire qu'il s'agit là d'une simple pétition de principe dans la mesure où le point commun est donné a priori par la construction, mais la force de la conception leibnizienne est de faire remarquer que tel n'est pas le cas dans la mesure où la coupure entre les parties a été faite de manière arbitraire : «Ceci montre que ces deux parties sont continues, dans la mesure où elles ont un point commun 6b et où leur délimitation a été faite arbitrairement» (ibid.). Le double mouvement qui fait du continuum un concept produit par l'esprit et donc un ordre est d'ailleurs parfaitement apparent dans les fragments postérieurs puisque : «Constitue un continuum ce dont les parties sont indéfinies et délimitées seulement mentalement»

²⁵⁴ C 545: In situ omni est ordo, sed arbitrarium est initium. Voir également [CG 303-305] où l'espace est défini comme ordre coexistence permettant d'assigner à chaque élément un lieu et le situs comme la relation d'un élément à l'autre selon le lieu. Comme l'indique Echeverrià, cela montre que Leibniz n'a pas défini seulement nominalement le situs, contrairement à ce qu'avance Couturat, comme la classe de similitude de l'espace, mais qu'il lui donne également une définition réelle comme relatio secundum locum. Cela dit, comme le rappelle Leibniz à Clarke, il faut ici se garder de confondre alors l'espace comme ordre des situs avec le situs comme ordre (Correspondance avec Clarke § 104, P.U.F., éd. Robinet p. 171)

²⁵⁵ Voir plus haut note 223.

 $^{^{256}}$ Un ensemble ordonné est «dense», quand on peut toujours insérer entre deux éléments quelconques un nouveau : $\forall a \ \forall b \ \exists c, (a \ R \ b) \rightarrow (a \ R \ c \ et \ c \ R \ b)$ (où R est une relation d'ordre). Cette propriété est vérifiée par l'ensemble des nombres rationnels et ne suffit pas à définir un ensemble continu (au sens de la puissance du continu).

(Continuum autem est in quo partes sunt indefinitae, sive in quo partes mente tantum designantur), et surtout : «la continuité ne concerne par les choses, mais l'ordre»²⁵⁷.

Cette direction de la réflexion leibnizienne est d'ailleurs restée célèbre et a nourri les conceptions postérieures de la continuité, du fait qu'elle permettait de formuler rien moins que le «principe de continuité». De fait, Leibniz a très clairement dit que le principe de continuité était la simple conséquence d'une «principe de l'ordre général» et tiré parti de sa controverse avec les cartésiens pour en donner la formulation la plus connue :

J'espère qu'il aura la bonté de permettre que je me serve de cette occasion, pour expliquer ce principe, qui est de grand usage dans le raisonnement, et que je ne trouve pas encore assez employé ni assez connu dans toute son étendue. Il a son origine de l'infini, il est absolument nécessaire dans la Géométrie, mais il réussit encore dans la physique, par ce que la souveraine sagesse, qui est la source de toutes choses, agit en parfait géomètre, et suivant une harmonie à laquelle rien ne se peut ajouter. C'est pourquoi ce principe me sert souvent de preuve ou examen pour faire voir d'abord et par dehors le défaut d'une opinion mal concertée avant même que de venir à une discussion intérieure. /On le peut énoncer ainsi : Lorsque la différence de deux cas peut être diminuée au dessous de toute grandeur donnée in datis ou dans ce qui est posé, il faut qu'elle se puisse trouver aussi diminuée au dessous de toute grandeur donnée in quaesitis ou dans ce qui en résulte, ou pour parler plus familièrement : Lorsque les cas (ou ce qui est donné) s'approchent continuellement et se perdent enfin l'un dans l'autre, il faut que les suites ou événements (ou ce qui est demandé) le fassent aussi. Ce qui dépend encore d'un principe plus général, savoir: Datis ordinatis etiam quaesita sunt ordinata [GP II, 51-21].

En mettant ces différentes indications bout à bout, on parvient vite à l'idée que Leibniz, à défaut d'en avoir présenté un tableau systématique et achevé, était néanmoins parvenu à ce que nous pourrions estimer être aujourd'hui la mathesis universalis: si, en effet, le situs aussi bien que la continuité peuvent être rapportés à des formes pures (mente tantum) de l'ordre, alors cela veut dire que l'aperception comme unité du multiple permet de déployer l'ensemble des mathématiques en tant qu'il se fonde sur une théorie pure des multiplicités. Sous cet aspect, la puissance prodigieuse de la conception leibnizienne de la mathesis universalis est d'avoir élucidé les conditions permettant de conserver dans cette théorie, plus générale que celle de la seule magnitudo, le privilège de la détermination. Ce privilège, il l'a compris comme étant celui de la correspondance réglée (ordine respondentia) prototype de tout transport de structure, qu'elle soit algébrique ou purement géométrique (nous dirions aujourd'hui : topologique). Bien plus, il a alors perçu la manière dont les méthodes elles-mêmes se trouvent, en mathématiques, réglées par cette circulation des structures et la question centrale de leur «représentation» les unes dans les autres, au point de saisir la question de la détermination comme le cœur de la méthode mathématique. Or

 $^{^{257}}$ Respectivement CG 277 et 303.

cette conception est absolument essentielle dans le système puisque la mathématique, comme science pure de l'ordre, est la voie d'accès par laquelle toute singularité apparente peut se trouver rapportée à ses réelles conditions de possibilités :

On ne doit point s'étonner que je tache d'éclaircir ces choses par des comparaisons prises des Mathématiques pures, où tout va dans l'ordre, et où il y a moyen de les démêler par une méditation exacte, qui nous fait jouir, pour ainsi dire, de la vue des idées de Dieu. On peut proposer une suite ou *series* de nombres tout à fait irrégulière en apparence, où les nombres croissent et diminuent variablement sans qu'il y paroisse aucun ordre; et cependant celui qui saura la clef du chiffre, et qui entendra l'origine et la construction de cette suite de nombres, pourra donner une règle, laquelle étant bien entendue, fera voir que la série est tout à fait régulière, et qu'elle a même de belles propriétés. On le peut rendre encore plus sensible dans les lignes: une ligne peut avoir des tours et des retours, des hauts et des bas, des points de rebroussement et des points d'inflexion, des interruptions, et d'autres variétés, de telle sorte qu'on n'y voie ni rime ni raison, sur tout en ne considérant qu'une partie de la ligne; et cependant il se peut qu'on en puisse donner l'équation et la construction, dans laquelle un Géomètre trouverait la raison et la convenance de toutes ces prétendues irrégularités \(\textit{Théodicée} \) \(\) 242; \(\textit{GP VI, 262} \).

Il y avait là, assurément, une direction très stimulante au regard du développement de notre moderne «mathématique des structures» et il n'y a guère de surprise à voir G. Deleuze, poursuivant les inspirations d'A. Lautman et de J. Vuillemin, retrouver dans Leibniz son propre programme de mathesis universalis et déployer jusqu'à ses dernières conséquences philosophiques l'étude de ces points de rebroussement, points d'inflexion, interruptions, et autres variétés²⁵⁸. Bien sûr, cette image n'est pas fidèle puisque la mathématique ne peut pas, pour Leibniz, déployer une théorie pure de la singularité, que seule la doctrine métaphysique peut fonder. De plus la continuité ne peut pas y atteindre à la réalité sans l'intervention d'un nouveau soutien métaphysique : celui du vinculum substantiale²⁵⁹. Mais on pouvait aussi bien assumer cet écart comme tel, comme celui que notre modernité doit franchir pour parvenir à penser le «multiple pur» hors de la nostalgie de l'un et accomplir ainsi l'accomplissement programmé d'une pensée de l'immanence : ainsi se trouvaient réconciliés Leibniz et Spinoza, le monde des individus se déployant dans les replis d'un plan d'immanence, dont elles ne seraient, en définitive, que les points singuliers.

Mais laissons là cette piste ouverte par les «mathématiques modernes», sur laquelle il nous faudra revenir, pour en ouvrir un autre, plus inattendue, où ce sont les modernes qui se verront interroger par Leibniz plutôt que l'inverse. Il est possible, en effet, que la réflexion de Leibniz soit plus intéressante encore en tant qu'elle ne mène *pas* en droite ligne à ce beau système de «mathématique universelle», dont le tableau achevé manque encore

²⁵⁸ G. Deleuze, le Pli. Leibniz et le baroque, Minuit, 1988. Sur la reprise du programme de mathesis universalis par Deleuze, voir plus bas notre conclusion.

sous nos yeux. Comme dans le cas de Descartes, où la tentation est toujours grande de vouloir poursuivre le travail des *Regulae* dans celui des *Essais* de la méthode en négligeant l'abandon du premier projet et le silence dont il fut recouvert, il ne faut pas négliger que Leibniz n'est jamais parvenu à ce système qu'on se charge de dresser à sa place. Or il faut se garder de croire que l'inachèvement de la *mathesis universalis*, telle qu'elle se présente à nous sous la forme des deux grands projets de traité engagés sous ce titre, n'est dû qu'au peu de temps dont disposait Leibniz et qui l'empêcha également de réaliser son traité de *Scientia infiniti*, «partie supérieure» de la mathématique universelle. De fait, Leibniz *revient* à la mathématique universelle dans les années 1700 et sous une forme étonnamment décevante puisqu'il s'agit encore d'en annoncer le projet (dans les *Nouveaux Essais*) ou d'élucider le concept fondateur de *magnitudo*²⁶⁰. Aussi ne pouvons-nous terminer ce cheminement en compagnie de la *mathesis universalis* sans mentionner cette indécision, qui est le vrai dernier mot de Leibniz sur la question et dont nous allons essayer de montrer qu'elle n'est pas simplement accidentelle.

Les études récentes ont insisté sur le fait que l'image lisse d'une conception «analytique» des mathématiques, construite au début du XX^e siècle dans les exposés de Frege et de Poincaré à partir des *Nouveaux Essais*, ne correspondait pas à la réalité²⁶¹. De fait, il est remarquable que Leibniz, alors qu'il a à sa disposition l'ensemble des pièces que nous venons de rappeler, ne parvienne pas à un système de *mathesis universalis*, où l'ensemble des *mathèmata* pourrait s'articuler à la notion pure de l'ordre, selon une architecture logique simple où le passage des notions aux vérités se fait par passage des relations d'ordres (symétriques, asymétriques, antisymétriques) aux types d'ordres (discret ou *repetitio*, dense, continu) aux ordres d'ordres (correspondances entre ordres²⁶²), voire aux ordres d'ordres d'ordres, où la «méthode» mathématique chercherait son chemin dans

²⁵⁹ GP II, 517.

²⁶⁰ C'est l'objet des deux fragments LH XXXV 1,9 Bl.1-4 (Scientia Mathematica Generalis agit de quantitate in universum seu de ratione aestimandi) et Bl. 9-14 (Mathesis generalis est scientia magnitudinis in universum), déjà cités note 28.

²⁶¹ Nous pensons surtout à l'étude de E. Grosholz et E. Yakira, Leibniz's Science of the Rational (Studia Leibnitiana Sonderheft 26, Steiner Verlag, 1998), dont le dernier chapitre sur la «philosophie de l'arithmétique de Leibniz» est un commentaire ligne à ligne du fragment Mathesis generalis est scientia magnitudinis in universum, auquel nous ne pouvons que renvoyer tant elle saisit le cœur de la difficulté (la question de la repetitio). Cette étude poursuit l'inspiration de l'article de M. Fichant (cité par les auteurs p. 77), où était engagé le démontage de l'interprétation «formaliste» de l'intérieur des Nouveaux Essais, cf. «Les axiomes de l'identité et la démonstration des formules arithmétique "2 + 2 = 4"» (op. cit., p. 287-328 et plus haut notre note 116).

²⁶² Les correspondances entre ordre peuvent valoir aussi bien pour les types d'ordre, comme dans le cas du «principe de continuité», ou pour les relations d'ordre, comme dans le cas des similitudes, congruences, coïncidences, etc. Dans le second cas, on l'a vu, on peut travailler directement sur les classes d'équivalence (situs, magnitudo, mais aussi bien : identités logiques).

la comparaison des structures. Sans revenir sur les raisons invoquées dans ces études, auxquelles nous renvoyons, pour contrer l'image «formaliste», nous insisterons sur les deux obstacles qui empêchent la théorie pure de l'ordre d'aboutir.

Tout d'abord, force est de constater que la «logique générale» qui devrait porter cette belle dérivation échoue précisément en ce que l'ordre doit lui rester inaccessible : «Le calcul des contenants et des contenus est une espèce de calcul des combinaisons, puisqu'on n'y traite ni de l'ordre des choses, ni du rapport de répétition»²⁶³. Aussi le calcul logique est-il un calcul des irrepetibilia²⁶⁴. Il ne s'agit pas d'un point de détail : de fait, c'est exactement le problème que rencontre Leibniz pour la définition des objets mathématiques, lorsqu'il veut donner une définition «logique» du nombre²⁶⁵. Comment, en effet, rendre compte logiquement du fait que l'ordre qui structure les nombres entiers naturels est fondé sur la repetitio. L'instrument algébrique est ici trompeur du fait qu'il permet de traiter 1 + 1 comme une opération sans dévoiler la relation d'ordre première qui fonde l'obtention du résultat ; mais l'illusion se dissipe dès que l'on compare le calcul logique et le calcul arithmétique où les résultats de cette «même» opération seront précisément distincts. On objectera alors certainement qu'il n'y a qu'à suivre Leibniz en distinguant deux régimes de relations : l'un qui caractériserait les objets mathématiques (repetitio) et l'autre qui caractériserait les objets logiques (irrepetibilia). Mais cette solution est impraticable du fait que les mathématiques ne se réduisent évidemment pas à des dépliements de la repetitio. Ainsi Leibniz rappelle que «si un point est perçu, puis un autre point indépendamment du premier, ceci n'introduit aucune diversité (nulla notari potest varietas)»²⁶⁶. Ainsi la diversité, donnée en transparence dans la varietas des idées, n'est pas homogène à la donnée de la position dans l'espace. Pour que la diversité apparaisse dans l'espace, il faut que les deux points soient perçus ensemble (simul). Or c'est ce même simul qui définissait l'addition de deux unités dans le projet de traité sur la Mathesis universalis et qui est reprise dans les fragments de 1700²⁶⁷. On peut évidemment tenir que ce simul est une relation purement logique, comme il apparaît clairement dans les Initia rerum mathematicarum Metaphysica, où il s'agit de la première relation, antérieure à la définition logique de l'ordre (par la ratio) : si plures ponantur existere rerum status, nihil oppositum involventes, dicentur existere simul²⁶⁸. Le

 $^{^{263}}$ C 256, pour le texte latin voir note 246.

²⁶⁴ *Ibid.* et A VI, 4, A, 855.

²⁶⁵ E. Grosholz et E. Yakira, op. cit., p. 78-79.

²⁶⁶ CG 228-229.

²⁶⁷ E. Grosholz et E. Yakira, op. cit., p. 82-83.

²⁶⁸ GM VII, 18.

problème évident est que cette définition ne permet pas de discerner la perception simultanée des points géométriques et des unités numériques. Lorsque deux éléments sont posés *ensemble*, au sens purement logique où cette position n'enveloppe pas de contradiction, qu'est-ce qui permet de différencier le cas où ils sont différents (plus exactement «répétables») et le cas où ils sont identiques (plus exactement «irrépétables») ? Qu'est-ce qui, plus profondément, différencie une multiplicité pure selon qu'on prend les éléments dans l'ordre où ils sont donnés ou indépendamment de cet ordre ?

Or les fragments sur la mathesis universalis, aussi bien que ceux sur l'analyse du situs, sont ici en parfait accord : ce qui permet, dans l'un et l'autre cas, la notion de simultanéité est l'intuition de la grandeur (magnitudo), corrélative de la position d'un espace de simultanéité mathématique²⁶⁹. Ainsi, contrairement à l'image la plus commune, la mathesis universalis, au moment même où en est rappelé le programme logique général, reste totalement adhérente à la théorie de la magnitudo. Mais il y a plus, car cette adhérence n'est pas l'effet d'une naïveté que notre moderne mathématique pourrait aisément dépasser : elle interroge dans ses fondements philosophiques l'intuition géométrique, transcrite dans un mode d'écriture et de lecture des symboles logiques, qui accompagne le «poser ensemble» qui fonde aujourd'hui la théorie des multiplicités²⁷⁰. C'est à dessein que nous employons d'ailleurs cette expression ambiguë qui servit de traduction au projet de Cantor (aujourd'hui : théorie des ensembles) comme à celui de Riemann (aujourd'hui : théorie des variétés) : il fut, en effet, la source de tous les malentendus sur la mathesis universalis moderne depuis Husserl jusqu'à Deleuze. Car nous avons bien ici deux modèles distincts de fondation : l'un qui ramène l'intuition du géométrique au système de nombres par l'étude des ensembles ; l'autre qui règlemente cette intuition dans les modes de «transports» du continu comme tel. Même si nous avons aujourd'hui une présentation générale qui utilise un langage ensembliste pour présenter l'une et l'autre, il ne faut pas oublier que nous avons affaire à deux axiomatiques distinctes, la seconde travaillant directement sur les «voisinages» (ou les «ouverts», selon le système choisi) et leurs transports, sans spécifier les notions d'intervalles et d'équipotence qui leur correspondent dans les systèmes de nombres, mais en bloquent aussi le déploiement le plus général. Ainsi l'unité des mathématiques est-elle

²⁶⁹ CG 228-229.

²⁷⁰ Sur les difficultés que pose la définition de l'ordre à partir des ensembles (par le subterfuge de l'écriture qui constitue des «paires ordonnées»), voir D. Lewis, *Parts of classes*, Basil Blackwell, 1991, «Appendix on pairing». On sait que la difficulté à penser l'ordre d'un point de vue purement logique (et, à terme, ensembliste) est la raison pour laquelle Russell pouvait conclure qu'un «complet agnosticisme métaphysique» n'est pas possible (*Signification et vérité*, Flammarion, 1998, trad. fr. P. Devaux, p. 375, et plus généralement les chapitres XXIV et XXV sur les difficultés que rencontre en ce point le projet analytique).

encore aujourd'hui dans le dialogue qu'entretiennent ces différents systèmes de fondation et non dans une théorie uniforme et rigide des multiplicités, sur laquelle le philosophe pourrait faire fond pour édifier le modèle de toute ontologie formelle²⁷¹.

Mais revenons à Leibniz : la solution où l'intuition première de la magnitudo fonde l'ensemble des mathèmata met-elle fin à ces indécisions? Malheureusement non. De fait, la notion de repetitio, fondée sur les éléments simul sumpta, n'a de sens que si les deux portions d'étendue congruentes (définition de la magnitudo) mises ensembles ne se recouvrent pas (totalement ou partiellement). Aussi Leibniz doit-il ici ajouter un axiome qui fonde la notion de repetitio en la présupposant : Magnitudines omnium partium nullam partem communem habentem simul sumtae faciunt magnitudinem totius²⁷². L'intuition pure de la diversité est ici ramenée à ses réelles conditions d'effectuation dans le cadre de la «logique de l'imagination»: notre capacité à «distinguer» au sens où nous savons «séparer» dans un continuum, où toutes les parties ont une partie commune, des parties n'ayant aucune partie commune. Non seulement le calcul échoue à fonder par lui-même la pensée pure de l'ordre, non seulement il doit s'accrocher à une intuition géométrique, dont la magnitudo reste le référent ultime, mais il ne peut même pas travailler cette intuition comme une matière sur laquelle il imposerait ses formes. La seule manière dont l'entendement puisse «trouver» dans le continuum de l'extensum pur la séparation des parties est qu'il y retrouve une forme qu'il y a projetée lui-même et que cette matière «réfléchit». Le terme du chemin nous conduit à l'origine : la seule unité que les mathèmata puissent ici trouver est dans ce dispositif complexe où la «logique de l'imagination» déploie ces formes sur l'écran du géomètre (l'espace) comme projection des mélanges de ce qui ne laisse pas mélanger, le discret et le continu, le limité et l'illimité.

²⁷¹ On sait que, contrairement à l'opinion reçue, l'idée que «l'architecture» des mathématiques repose sur le dialogue des structures *est* le programme bourbakiste, dans lequel la théorie des ensembles ne sert que de langage commun (N. Bourbaki, «l'Architecture des mathématiques» dans F. Le Lionnais *Les Grands Courants de la Pensée Mathématique* Paris, Albert Blanchard, 1962).

²⁷² Ed. E. Grosholz et E. Yakira, op. cit., p. 91 (commentaire p. 83).