Chapitre 1

Lettres de A. Dettonville etc.: vue d'ensemble

§1.1. Pascal, qui avait presque cessé ses activités mathématiques depuis la fin de 1654, subitement réapparut comme géomètre au cours de 1658–59, d'abord en gardant l'anonymat, puis sous le pseudonyme d'Amos Dettonville. Raconté dramatiquement par Gilberte et Marguerite Périer[1], le motif de ce retour aux mathématiques est trop célèbre pour être repris ici. Qu'il nous suffise de signaler que cette légende d'une nuit de la rage de dents est beaucoup exagérée, et d'annoncer que nous tenterons plus tard de la corriger (chapitre 4). Ces nouvelles activités, vraiment explosives, avait pour objet principal la roulette ou cycloïde (ou encore *trochoidis*)[2], quoique la théorie créée alors par Pascal avait largement débordé ce sujet particulier.

Pour plus de brièveté dans l'étude de ces activités, nous introduirons quelques abréviations:

d.Sol. ${}_aF$, pour désigner le demi-solide (et son volume) qu'engendre la figure plane F en faisant un demi-tour autour de la droite a. S'il s'agit d'un tour entier, nous omettrons la première lettre d.

Ong. ${}_aF$, pour désigner l'"onglet" (et son volume) construit sur F par rapport à a, c'est-à-dire la portion inférieure du cylindre droit de base F, qui s'obtient en coupant le cylindre par le plan mené par a et faisant l'angle de 45° avec le plan de F. S'il s'agit d'un ensemble de deux onglets congruents, ayant leurs bases en commun, nous écrirons doub. Ong.

Surf. d. Sol. ${}_aF$, pour désigner la surface courbe (et son aire) de d. Sol. ${}_aF$.

Surf. Ong. ${}_aF$, pour désigner, de même, la surface courbe (et son aire) de Ong. ${}_aF$.

D. ${}_bF'$, pour désigner la distance du centre de gravité de la figure F' à la droite b.

Or, en juin 1658, Pascal proposa publiquement, et avec des prix, six problèmes relatifs à la cycloïde. Etant donnée une demi-cycloïde AC (*fig. 15*) et une parallèle quelconque YZ à sa base FA, il demanda de trouver

1) *Pascal 7*, t.I, pp.585–586, et 623; pp.1103–1104.

2) Le terme "roulette" provient de Mersenne, "cycloïde" ("cyclois"), de Galilée, et "trochoidis", de Roberval.

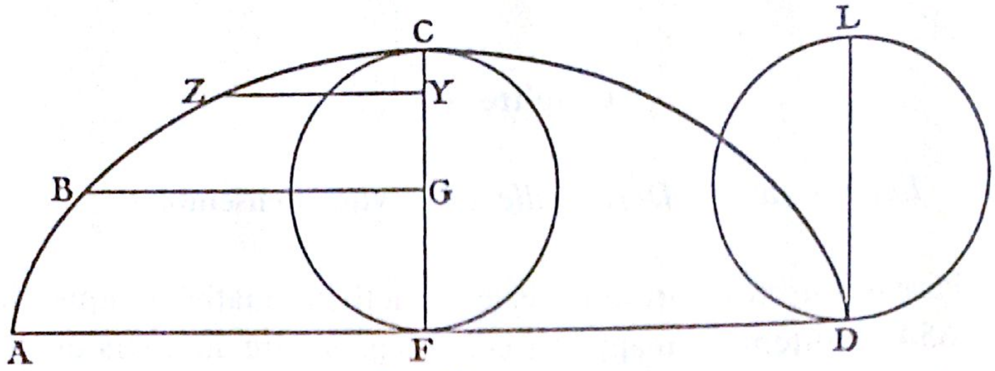

fig. 15.

1. l'aire de CYZ; 1′. le centre de gravité de ce "triligne".
2. d. Sol. $_{YZ}$CYZ; 2′. son centre de gravité.
3. d. Sol. $_{YC}$CYZ; 3′. son centre de gravité.

Le délai fut accordé aux concurrents jusqu'au 1er octobre[3].

Mais, ayant lancé ce défi, Pascal apprit que Roberval avait résolu les problèmes 1, 2, 3 et donc aussi 1′ pour le cas où YZ se confondait avec la base FA[4]. Alors au mois suivant, Pascal adoucit la condition du concours; il suffirait de calculer la réponse au problème 2′, et cela pour le cas où YZ coïncide avec FA[5].

A part ceux qui envoyèrent des solutions partielles sans prétendre au prix, deux savants envoyèrent leurs solutions des problèmes proposés: Anotoine de Lalouvère de Toulouse et John Wallis d'Oxford. Mais ni l'un ni l'autre de ces concurrents ne furent jugés comme dignes du prix offert. Et cependant, avant de divulguer ce résultat de l'examen par une circulaire du 25 novembre[6], Pascal fit circuler, le 10 octobre, les plaquettes intitulées *Histoire de la roulette* et *Historia trochoidis*[7]. Et, à la fin de celles-ci, il proposa les nouveaux problèmes, s'obtenant en remplaçant le triligne CYZ par sa courbe CZ, c'est-à-dire

1. la longueur de CZ; 1′. le centre de gravité de cette courbe.
2. Surf. d. Sol. $_{YZ}$CYZ; 2′. son centre de gravité.
3. Surf. d. Sol. $_{YC}$CYZ; 3′. son centre de gravité.

Le délai fut cette fois accordé jusqu'à la fin de l'année.

Nous appellerons désormais, parce qu'il en sera besoin, le premier type de problèmes ceux qui s'obtiennent en rempaçant, en ceux de juin, l'arc cycloïdal par une courbe plane quelconque, comprise entre YZ et sa parallèle passant par C; et nous appellerons le second type de problèmes ceux qui généralisent les problèmes d'octobre sous la même condition.

---

3) *Pascal 3*, t.VII, pp.343–347.
4) Voir *Roberval 2*, pp.246–274; *Roberval 1m*, ff.73v°–77v°.
5) *Pascal 3*, t.VIII, pp.17–19.
6) *Ibid.*, pp.241–246.
7) *Ibid.*, pp.195–209, et 210–223.

L'année 1658 ayant touché à sa fin, aucune solution satisfaisante des nouveaux problèmes n'arrivèrent cette fois non plus. Alors Pascal, conformément à la promesse qu'il avait faite dans la première circulaire de juin, publia ses propres solutions de tous ces problèmes, avec quelques appendices, dans un livre en forme épistolaire, intitulé *Lettres de A. Dettonville contenant quelques-unes de ses inventions de géométrie*, qui parut au début de 1659.

§ 1.2. Voici la structure de cet ouvrage, d'après sa première édition.

[0] *Lettre de Monsieur Carcavy. A Monsieur Dettonville* (une sorte de préface; sans pagination).

[I] *Lettre de A. Dettonville à Monsieur de Carcavy, en lui envoyant une méthode générale pour trouver les centres de gravité de toutes sortes de grandeurs, etc.* A Paris, M. DC. LVIII.

- [1] *Lettre de Monieur Dettonville, à Monsieur de Carcavy, ci-devant Conseiller du Roi en son grand Conseil* (pp.1–26).
- [2] *Traité des trilignes rectangles, & de leurs onglets* (pp.1–25).
- [3] *Propriétés des sommes simples, triangulaires & pyramidales* (pp.1–8).
- [4.1] *Traité des sinus du quart de cercle* (pp.1–9).
- [4.2] *Taité des arcs de cercle* (pp.9–24).
- [5] *Petit traité des solides circulaires* (pp.1–7).
- [6] *Traité général de la roulette. Ou, problèmes touchant la roulette, proposés publiquement & résolus par A. Dettonville* (pp.1–10).

[II] *Lettre de A. Dettonville à Monieur Hugguens de Zulichem, en lui envoyant la dimension des lignes de toutes sortes de roulettes, lesquelles il montre être égales à des lignes elliptiques.* A Paris, M. DC. LIX (pp.1–7).

[III] *Lettre de A. Dettonville à Monsieur de Sluze chanoine de la Cathédrale du Liège, en lui envoyant la dimension & le centre de gravité de l'escalier, la dimension & le centre de gravité des trilignes cylindriques, la dimension d'un solide formé par le moyen d'une spirale autour d'un cône.* A Paris, M. DC. LVIII (pp.1–8).

[IV] *Lettre de A. Dettonville à Monsieur A.D.D.S. en lui envoyant la démonstration à la manière des anciens de l'égalité des lignes spirale et parabolique.* A Paris, M. DC. LVIII (pp.1–16)[8].

L'ouvrage se termine par quatre planches comportant des figures gémoétriques:

8) "A. D. D. S." veut dire Antoine Arnauld (Arnauld Docteur de Sorbonne), d'après *Mesnard I*, pp.10–15.

Pl. I, Fig. 1–12.

Pl. II, Fig. 13–20, et, au coin droit inférieur du feuillet, Fig. 36, 37, 40, rassemblées dans un petit cadre[9].

Pl. III, Fig. 21, 22, 23, 24 & 27, 25, 26, 28 & 29[10], 30–35.

Pl. IV, Fig. 38, 39, 41–45[11].

Disons d'ailleurs dès maintenant que dans le corps du texte, ces figures apparaissent dans un ordre fort irrégulier, et que cette bizarrerie fera l'objet de notre étude dans le chapitre 5.

La lettre I (pièces 1–6), constituant la partie principale de l'ouvrage, donne les solutions des problèmes proposés en juin et en octobre. Désormais, nous appellerons souvent cette Lettre I le Traité de la cycloïde. Encore importe-t-il de remarquer que les pièces 1–3 donnent une théorie générale pour trouver la grandeur et le centre de gravité d'une figure, et surtout de révolution, et que les pièces restantes 4–6 l'appliquent aux problèmes proposés, qui reviennent à donner l'intégrale définie, soit de $\theta^m \sin^n\theta \cos^p\theta$ avec $m+n+p \leqq 4$ (ceux de juin)[12], soit de $\omega^m \sin^n\omega \cos^p\omega$ avec $\omega=\theta/2$ et $m+n+p \leqq 5$ (ceux d'octobre). Il est vrai que cette structure obscurcit dans un sens ce Taité de la cycloïde. Voici en effet le sentiment de Huygens à la lecture de ce Traité. Il écrit à Carcavy le 22 mai 1659:

> "J'admire de plus en plus la subtilité des écrits de M. Dettonville, mais il faut avouer que c'est un labyrinthe lorsque l'on veut faire la construction de quelque problème, et pour cela, je voudrais qu'il eût partout pris seulement un cas le plus facile pour en donner le calcul tout du long et non seulement le dernier facit, ou bien un exemple à chaque Théorème[13]." (cit. 1.2.1.)

Mais nous croyons, de notre côté, que la généralité de sa première moitié constitue un grand mérite de ce Traité, et que la pièce 2 surtout en marque le point culminant.

On verra d'ailleurs que l'auteur s'est beaucoup efforcé, de sa manière, de faciliter aux lecteurs la compréhension de son ouvrage (chapitre 5).

Ajoutons enfin que seul le sujet de la Lettre IV, procédant "à la manière des anciens", c'est-à-dire par la méthode dite d'exhaustion, réside au dehors de la géométrie infinitésimale, quoiqu'il soit parent de celle-ci, et qu'au

---

9) La Planche II a été reproduite dans *Costabel 1* (*Rev.*, p.340, ou *L'OEuv.*, p.188).

10) Dans "24 & 27", il s'agit d'une seule et même figure à double numéro (voir § 5.6 ci-dessous). Dans "28 & 29", il s'agit de deux figures placées à côté de l'une de l'autre, dont cependant celle de droite doit être regardée comme la Fig. 28, légère confusion due probablement à Carcavy qui aurait arrangé les figures de Pascal.

11) La Planche IV a été reproduite dans *Humbert 1* (entre les pp.224 et 225).

12) C'est ce que *Tannery 1*, p.88, n.1, a déja signalé, *m, n, p* étant des entiers non-négatifs.

13) *Huygens 1*, t.II, p.411.

reste Pascal ait été d'avis que ces deux disciplines revenaient *généralement* au même (§ 2.3).

§ 1.3. Voici maintenant des observations concernant la rédaction de cet ouvrage.

Vers la fin de la pièce 1 du Traité de la cycloïde, nous trouvons une phrase importante, révélant l'attitude générale de l'auteur:

> "Je n'ai donc plus qu'à vous prier d'excuser les défauts que vous verrez ici, ce que j'espère de votre bonté, et de la connaissance que vous avez du peu de loisir que j'ai de m'appliquer à ces sortes d'études; ce qui fait que je vous envoie ce Discours à mesure que je l'écris: . . . .[14]" (cit. 1.3.1.)

Il faut que cet envoi successif des manuscrits ait beaucoup diminué la chance du remaniement du texte. La chance en devait être encore diminuée par le fait que l'auteur n'a pas examiné personnellement les épreuves, comme on le verra tout à l'heure. Et tout cela doit s'entendre aussi des trois autres Lettres annexées.

En ce qui concerne la date de rédaction de l'ouvrage, nous rencontrons, vers le milieu de la même pièce 1, une mention expresse des problèmes proposés dans l'*Histoire de la roulette*[15]. Il faut donc que dans cette pièce 1, au moins la partie commençant par cette mention ait été rédigée après le 10 octobre 1658, et nous pourrons en dire autant de toute la Lettre I.

D'autre part, l'indication faisant suite au titre de la Lettre I est corroborée par la phrase suivante de la lettre de Mylon à Pascal du 27 décembre de la même année:

> "*. . . ayant lu aujourd'hui les imprimés nouveaux de la Roulette avec M. de Carcavy* et votre démonstration *more veterum* de l'Egalité de la spirale et d'une parabole . . .[16]" (cit. 1.3.2.)

Par conséquent, nous devons nous mettre en garde contre la lettre de Carcavy à Pascal, mise en tête du Traité de la cycloïde en date du 10 décembre 1658, et qui commence ainsi:

> "Personne n'ayant donné les Solutions des Problèmes que vous avez proposés depuis si longtemps, vous ne pouvez plus refuser de paraître pour les donner vous-même, comme la promesse que vous en

---

14) *Pascal 3*, t.VIII, p.380.

15) *Ibid.*, p.368. Nous supposons que cette mention de l'*Histoire* n'a pas été intercalée postérieurement.

16) Citée dans *Costabel 1* (*Rev.*, p.330, n.1, ou *L'OEuv.*, p.178, n.1). La seconde moitié de la citation concerne évidemment la Lettre IV. Il est donc presque certain que cette Lettre a été rédigée avant les deux autres annexes, ce qui contribue à justifier l'hypothèse de travail que nous adopterons au § 5.1 ("normalement, un auteur numérotera ses figures au fur et à mesure qu'il s'en servira").

avez faite vous y engage. Je sais que ce vous sera de la peine d'écrire tant de Solutions et de Méthodes; mais aussi c'est toute celle que vous y aurez: car pour l'Impression, je ne songe pas à vous la proposer; j'ai des personnes qui en auront soin[17]." (cit. 1.3.3.)

Qui croirait qu'exhorté par cette lettre à commencer la rédaction du Traité de la cycloïde, Pascal l'eût terminé assez tôt pour que son texte, et aussi celui de la Lettre IV, fussent achevés d'imprimer avant le 27 décembre? Qui le croirait dans le cas même de l'envoi successif des manuscrits? Carcavy n'aurait donc fait, dans cette lettre, que feindre d'espérer ce qui avait déjà été commencé. Cependant, en supposant même que Pascal avait commencé à rédiger définitivement le Traité de la cycloïde dès le début d'octobre 1658, la promptitude de son travail rédactionnel ne laisse pas de nous confondre, étant données la longueur et la complication du Traité, et encore l'intervention des autres affaires qui occupèrent Pascal à la même époque[18]. Notre chapitre 5 aura justement pour effet de résoudre cette difficulté.

La date de rédaction des deux Lettres II et III doit être considérée à part (§§5.10–11). Contentons-nous d'indiquer ici que toutes les *Lettres de A. Dettonville etc.* furent achevées d'imprimer à la fin de janvier 1659, fait attesté par une phrase de la lettre de Mylon à Huygens du 31 janvier de cette année:

"L'impression des propositions de notre excellent Anonyme est tantôt achevée, . . .[19]" (cit. 1.3.4.)

Et cependant, certains démêlés survenus entre Pascal et Lalouvère à propos des communications de celui-ci ayant encore continué, il paraît que la distribution des exemplaires imprimés de l'ouvrage a été différée jusque vers mars 1659[20].

---

17) *Pascal 3*, t.VIII, p.331.

18) Voir *ibid.*, pp.241–246, et 297–319. Pascal doit avoir encore écrit plusieurs lettres à Lalouvère pendant cette époque. Dans sa *Vie de Pascal*, Gilberte Périer, en insistant sur "une précipitation étrange" de la plume de son frère, a une fois affirmé qu'il avait achevé le Traité de la cycloïde "en dix-huit jours" (*Pascal 7*, t.I, p.586). D'où est venu ce chiffre incroyable 18, sinon comme la différence de date entre les lettres citées par nous sous les n^{os} 1.3.2 et 1.3.3? Mais le fait que ce chiffre est disparu de la seconde version de cette *Vie* doit attester justement qu'elle a reconnu la futilité de ce calcul trop simpliste.

19) *Huygens 1*, t.II, p.334.

20) Carcavy écrit à Huygens le 7 février 1659: "celui dont il est parlé dans la suite de l'histoire de la roulette [Lalouvère; voir *Pascal 3*, t.VIII, pp.297–319, et t.IX, pp.167–168] . . . a empêché qu'on ne publiât si tôt [*Les Lettres de A. Dettonville etc.*] (*Huygens 1*, t.II, p.346). Le 7 mars, Carcavy écrit cependant à Huygens qu'il a confié six exemplaires de l'ouvrage à un marchand qui devait arriver bientôt en Hollande (*ibid.*, p.364).