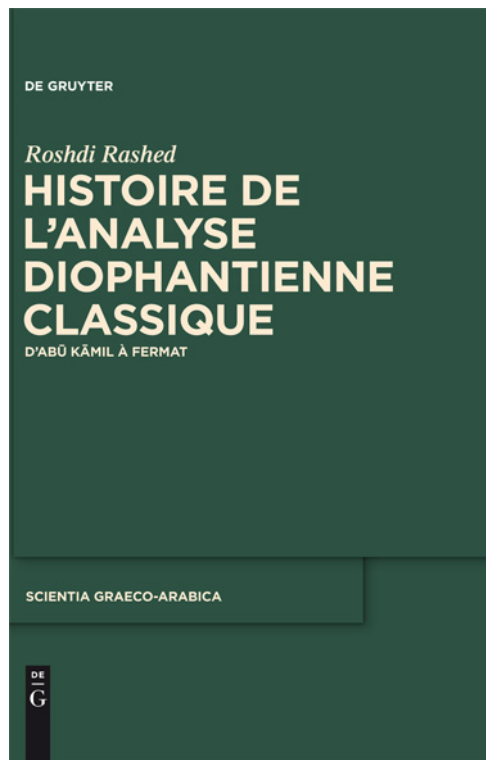


Histoire de l'analyse diophantienne classique

D'Abū Kāmil à Fermat

par

Roshdi Rashed



De Gruyter

ISBN 978-3-11-033685-6

e-ISBN 978-3-11-033788-4

ISSN 1868-7172

Library of Congress Cataloging-in-Publication Data

A CIP catalog record for this book has been applied for at the Library of Congress.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

© 2013 Walter de Gruyter GmbH, Berlin/Boston

Druck und buchbinderische Verarbeitung: Hubert & Co. GmbH & Co. KG, Göttingen

⊗ Gedruckt auf säurefreiem Papier

Printed in Germany

www.degruyter.com

SOMMAIRE

| | |
|--|-----|
| PRÉFACE | V |
| CHAPITRE I : L'ALGÈBRE ET LE COMMENCEMENT DE L'ANALYSE DIOPHANTINNE RATIONNELLE | |
| 1. Analyse de Diophante et analyse diophantienne | 1 |
| 2. Abū Kāmil : l'analyse diophantienne comme chapitre de l'algèbre | 2 |
| 2.1. Équations et systèmes d'équations du second degré | 5 |
| 2.2. Analyse diophantienne rationnelle du premier degré | 29 |
| 2.3. Analyse diophantienne entière du premier degré | 33 |
| 2.4. Conclusion | 35 |
| 3. Al-Karājī : une nouvelle organisation de l'analyse diophantienne rationnelle | 36 |
| 3.1. Équations indéterminées du second degré | 40 |
| 3.2. Systèmes d'équations indéterminées du second degré | 58 |
| 4. L'analyse diophantienne rationnelle après al-Karājī : al-Samaw'al | 75 |
| CHAPITRE II : L'ANALYSE DIOPHANTINNE ENTIÈRE DU SECOND DEGRÉ | |
| Introduction | 79 |
| 1. Al-Khāzin : Les triangles rectangles numériques et les nombres congruents | 85 |
| 2. Al-Sijzī et Abū al-Jūd (X ^e siècle) | 97 |
| 2.1. Al-Sijzī : géométrie des entiers et induction complète finie | 98 |
| 2.2. Abū al-Jūd ibn al-Layth | 102 |
| 3. Fibonacci : Le <i>Liber Quadratorum</i> | 110 |
| 4. Les congruences : Ibn al-Haytham, al-Khilāfī et al-Yazdī | 119 |
| 4.1. Ibn al-Haytham et le théorème de Wilson | 119 |
| 4.2. Al-Yazdī et la solution de l'équation $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = x^2$ | 125 |
| CHAPITRE III : LES PROBLÈMES IMPOSSIBLES EN NOMBRES RATIONNELS ET LES PROBLÈMES INACCESSIBLES | |
| 1. La découverte des problèmes impossibles | 131 |
| 2. Problèmes impossibles et problèmes inaccessibles : la collection d'Ibn al-Khawwām | 137 |
| 3. Analyse diophantienne et analyse logico-philosophique | 157 |
| CHAPITRE IV: L'ANALYSE DIOPHANTINNE, DE BOMBELLI À FERMAT | |
| I. L'ANALYSE DE DIOPHANTE : DE BOMBELLI À BACHET | 163 |
| 1.1. Diophante retrouvé : Bombelli, Gosselin, Stevin | 165 |
| 1.1.1. Rafael Bombelli | 165 |
| 1.1.2. Guillaume Gosselin de Caen | 167 |
| 1.1.3. Simon Stevin | 171 |
| 1.2. François Viète : une nouvelle orientation de l'analyse de Diophante | 174 |

| | |
|--|-----|
| 1.3. Bachet de Méziriac : réactivation de l'analyse indéterminée | 205 |
| II. FERMAT | |
| 2.1. La formation d'un projet : les traditions croisées | 218 |
| 2.1.1. L'année 1636 | 221 |
| 2.1.2. Les recherches en théorie des nombres à partir des années 1636-1640 | 225 |
| 2.2. L'analyse diophantienne rationnelle | 240 |
| 2.2.1. Les doubles équations | 241 |
| 2.2.2. La triple équation | 250 |
| 2.2.3. Équations indéterminées du troisième et quatrième degré | 253 |
| 2.3. Les recherches en analyse diophantienne entière et en théorie des nombres : | |
| 1640-1659 | 261 |
| 2.3.1. La descente infinie | 263 |
| 2.3.2. Les extensions de la méthode de la descente | 273 |
| 2.3.3. Le théorème de [Pell]-Fermat | 290 |
| 2.3.4. Le projet achevé | 303 |
| NOTES COMPLÉMENTAIRES | |
| 1. Deux problèmes inaccessibles | 311 |
| I. Équation $x^4 + a = y^2$, a entier, d'al-Karajī | 311 |
| II. Équation $y^3 = ax^2 + bx$ d'al-Samaw'al | 317 |
| 2. Frenicle : méthode de la descente infinie | 321 |
| APPENDICE: Ibn al-Khawwām, <i>Faṣl fī dhikr al-masā'il allatī lā yumkin an yu'tā bi-jawāb wāḥida minhā</i> | |
| | 323 |
| INDEX DES NOMS PROPRES | 327 |
| INDEX DES CONCEPTS | 330 |
| INDEX DES TRAITÉS | 335 |
| INDEX DES MANUSCRITS | 338 |
| OUVRAGES CITÉS | 339 |