

yiwen

Counting rods



Questions

- How to use diagrams?
- What is the relation between counting rods and diagrams?
- What does diagrams exactly mean?

數書九章 Shushu Jiuzhang

Mathematical Treatise in Nine Chapters

- The book was written by 秦九韶Qin Jiushao(1208-1261) in 1247.
- The original edition is lost. There are 3 copies we can see today: One Ming copy and two Qing copies.

The style

- 81 problems
- Problem and Question
- Answer
- Shu術—algorithms without specific numbers(procedures)
- Cao草—procedure with specific numbers (detail of procedures)
- Tu圖——diagrams
- 立術具草,間以圖發之。
- I established procedures and I set up details of the procedures, which were expressed in blank spaces by means of diagrams.

Rod notation



Comparison 6 5 1 2 3 4 7 8 9 0 Т Ш Ш ╧ III X σ Π $\overline{\times}$ 0 тπ × ٥ ㅗ ㅗ ㅗ × 0

14509

|×□○×

Positive and negative number

- 朱畫用白筭為正,黑畫用黑筭為正。
- Red notations right represent by white rods; black notation right represent by black rods.
- 實與益皆負畫黑,商與縱皆正畫朱。
- Shi and Yi are both negative and written in black;
 Shang and Zong are both positive and written in red.

111盖上斋 11三川主11 = 罰 IE 与盖店有重黑 係 の旗 北里 山腹 率 圖 0 山丁川 而上川 1111 高与花皆正属来 11120 以後係開 0 1.TII. 0 0 0 以次東 以上来 以上来副得次的 5 圖 下得後 踢 鹿 以高 以商生 陽約实 海星 商生て 下度 商重 NA A



Lines connected numbers

- If two numbers are to be calculated $(+,-,\times,\div)$, they will be linked by a line.
- The rules are:
- Addition: double lines linked two numbers' heads or tails
- Subtraction: single line linked two numbers' heads or tails
- Multiplication: single line linked one number's head to another number's tail or two numbers' tail
- Division: one dotted line linked one number's head to another number's tail or two numbers' head



Combined lines to show operation



高田 書九時 半公論 まか田 寧釽 まか川 率訓 率 るかない 天元 る川常 ぞえ 三小 IP 康 <u>ま除</u> |0||| 「日本」 語 婦儿 帰川 日清川 歸数]]] 歸政 日法 「正田」 婦三 4 餘 餘 餘 + 1 : 商 商

Relation between detail of procedures and diagrams

- Diagrams were parallel to the detail of procedures.
- Diagrams were a part of detail of procedures.
- Cao草——detail of procedures

Parallel

- 今仍於各圖立筭求之,以合本術。
- I still set up diagram with rod-notation to look for these (unknowns of the problem), in order to correspond with the original algorithm.
- 此圖照問列位,以後照草運筭。
- In this diagram, positions are placed according to the problem, and in the following, I operate with the counting rods according to the detail of the procedure.
- 俱圖如後。
- I set up diagrams as follows.

One looks for the area of peaked land 尖田求積



- 今列求率開方圖于后。
- Now I list the diagrams following.
- 已上係開三乘方翻法圖,後篇效此。
- Above is the diagrams, and others follow the example.

Parallel

- Diagrams are to record the process of playing rods, and lines in diagrams are to show the relation among numbers and the operations taken on rods.
- But diagrams never display the process of four basic calculations(addition, subtraction, multiplication, division), and in seldom cases diagrams display the extraction of roots.
- Diagrams are another details of procedure(Cao).

Part

- 后圖屢變,每取定率圖數用之。
- Following diagrams always change , and I take the numbers of the determined diagram to use every time.



- 問推貨務三次,支物準錢各一百四十七萬貫文。先撥沈香三千五百裹, 瑇瑁二千二百斤,乳香三百七十五套;次撥沈香二千九百七十裹, 瑇瑁二千一百三十斤,乳香三千五十六套四分套之一;後撥沈香三 千二百裹,瑇瑁一千五百斤,乳香三千七百五十套。欲求沈、乳、 瑇、瑁、裹、斤、套各價幾何?
- 沈香 A—— Aloe wood
- 瑇瑁 B—— a kind of turtle
- 乳香 C—— frankincense or mastic
- 裹 Guo—a kind of cover
- 斤 Jin—— measuring unit of weight
- 套 Tao—— another kind of cover

One looks for the prices of things

- Problem: One sold goods three times; the money for the payment of things was exactly 1470000 Guan each time. One first sold 3500 guo of A, 2200 jin of B, 375 tao of C. The following time, one sold 2970 guo of A, 2130 jin of B, 356¼ tao of C. The last time, one sold 3200 guo of A, 1500 jin of B, 3750 tao of C. One wants to look for how much is respectively the price of a guo of A, a jin of B, and a tao of C?
- 沈香 A—— Aloe wood
- 瑇瑁 B—— a kind of turtle
- 乳香 C—— frankincense or mastic
- 裹 Guo—a kind of cover
- 斤 Jin—— measuring unit of weight
- 套 Tao—— another kind of cover
- 貫 Guan—unit of money

One looks for the prices of things 推求物價

 	百一十五奏 百一十五奏 二十五奏 二十五奏 二十五奏 二十五 三 二十五 三 二十五 三 二 二 二 二 二 二 二 二	● 1117:14:1 ● 1117:14:1 ● 110000 支出しのの 市 市 市 市 市 市 市 市 市 市 市 市 市		■ 「 環理毎年 「 市 日以方程法之正員入之到積及物敷於下市行長 下 項 五 石 大 置 た 長 次 置 た 般沈香三 千 九 百 七 二 五 石 泉 二 石 八 二 て 之 須 即 同 名 相 並 史 三 石 八 之 賀 新 四 三 石 石 水 之 元 元 八 之 刻 朝 太 長 私 近 二 元 八 之 刻 報 友 御 殿 名 相 滅 史 三 れ 成 里 元 石 根 滅 史 三 れ 成 三 九 五 石 根 刻 長 五 石 和 刻 三 八 之 刻 熟 二 石 石 北 之 三 九 八 之 刻 熟 二 百 七 二 直 八 二 の 勤 示 石 石 北 え 三 元 八 之 刻 熟 二 石 八 之 刻 熟 二 百 二 八 之 刻 熟 二 石 八 之 刻 熟 二 五 八 之 刻 熟 二 八 二 二 二 二 二 二 二 二 二 二 二 二 二	警書九章卷第十老 市物類 推求動價 推求動價 不五百斤乳香三千五百萬時項二千二百四十七萬貫文先優沈 香三千五百斤乳香三千七百五十五次次優沈 香三千五百斤乳香三千七百五十五次次優次 著百九香碎美三百七十五葵次 乳香碎美六十四度文 、 電量素
	十八百八十四萬三百貫為完香一萬五千 一百八十貫為時租便減去中行沈香貸為二千八百六十二萬五 一百八十貫為時租便減去市行沈香貸餘二十一萬七千二百貫 百賀餘一萬二百貫為完香頂像三十二萬六千七百 百賀餘一萬二百貫為完香頂像三十二萬六千七百 二百貫二十四萬三千八百一十五以為 法以中積三十二萬六千七百貫為宜奮九六十 一百八十貫為廃則價 一百八十貫為摩則價		賞洗得三百一十八璘得二百五斤中行求得一十約 行一千八百一十五互乗右行右積得二百五斤中行求得一十五 雪牌行中這得一住二千七萬二千七萬七千一百七十右 乘中行中這得一億一千一百四十九萬七千一百七十右 天七十五今監宮圖右積多中積少乃以中行直減右 行舉仍置干圖中行數 行舉仍置干圖中行數		〒七十五五乘中行乃以卓行下八百一十五五 清得関青二千九百四十萬貫沈得五萬二十一十 端得二千九百四十萬貫沈得五萬二十一十 小零十二百九十六萬八十十二百二十五五 秋零山 副左行敷 秋零山 三二十二十二十二十二十一百二十 二十二十二十二十二十二十二十二十二五 二十二二十二五左 間 二十二二十二二十二五左 間 二十二二二一一一百六 二十二二二一一 二二二二二一一 二二二二二一一 二二二二二一一 二二二二二一一 二二二二二一一 二二二二二一一 二二二二二一 二二二二二一一 二二二二二二

Name	Lett	Middle	Right	Detail of the procedure
1	-Ⅲ土○○○ 武三Ⅲ 第一00 八三Ⅲ 二○○	-Ⅲ-00页 沈二Ⅲ-00页 現三○Ⅲ一Ⅲ-1 乳三○Ⅲ 子日Ⅲ 号Ⅲ	ー間上000-500 第三日 北三副ののの 北三副 第二日 二日 二日 二日 二日 二〇〇〇 500 500 500 500 500 500 500 500 500	Multiply the middle column by 4.
2	→開土のの0 青 売二日のの 第三日のの 第二日間のの 第三日間のの	■IT ≟000 査 沈 -IT ≟0 寝 ≟0二0 乳]二 二		Divide three columns by their greatest common divisors.
3				
定率圖		当 00	≣ ‴ ≟∘	三行副置,求之。Put addition
Diagram	責	Ť	責	rods of three column, and to solve.
of the	流工間 毒三0	沈田三日 猿脚上町	沈1三○ 森 上田	
	乳上腸	乳酊一酮	乳 一川	Multiply the right column by 75; multiply the left column by 15.
determin-				
ed <i>lü</i>				
4	Ⅲ三 ○ ○ 洗 X⊥ ○ 瑋 Ⅲ三 ○ 乳ー 二 Ⅲ	火 00 火 	三副一○○○ 査 ○副○○ 上丁○○ 二国	The right column minus the left column.
5	□ X 至 0 沈 ⊥ Ⅲ 時三 Ⅲ 乳 土 Ⅲ	火 0つ 次 三 	三川上町co 言剛三O 上一三O 。	畢,仍置定圖左行數。 When this is finished. Then I still put the numbers of the left column of diagram 3. Multiply the middle column by 75; multiply the left column by 815.
6	三X上 ○○ 沈圓二 ⊥○ 瑇 三間三○ 乳丁− 二圓	文 0003 洗園文 00 専問二丁00 乳丁-1二團	Ξ X ⊥Xoo 火删Xo ⊥1≣o	The middle column minus the left column.

7 8 千圖	左 中 右 二町三○ 三町三○ 二町三○ 上前 三丁三○ 二町三○ 上前 ○ 考上/三○ 上前 ○ 考上/三○ 二町三○ ○ 考上/三○ 二町三○ ○ 三 二町三○ ○ 三	畢,仍置定圖左行數。 When this is finished, I again put the numbers of the left column of diagram 3. Divide three columns by their greatest common divisors. Multiply the right column by
Diagram gan		1815; multiply the middle column by 205.
9 宫圖 Diagram gong	二面重の -1-加大又2の 二間の 二間重の 本面 -1-加生又二の 二間の 二間至の 地度の 三面 -1-間大又3の 二間の 二間三の 地度の 二面 -1-間上の 地度の 二面 -1-面上の 地度の -1-面上の 一面 -1-面上の 一面 -1-面」 一面 -1-面 -1-面」 一面 -1-面 -1-面 一面 -1-面」 一面 -1-面 -1-面 一面 -1-面」 一面 -1-面 一面 -1-	The right column minus the middle column.
10 干闌 Diagram gan	左 二又三○ 順三川乂○ - 主丁二Ⅲ○○ 上順 干 三○ 沈 町二間 説 三Ⅲ 時-町-Ⅲ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	畢,仍置干圖中行數。 When this is finished, I again put the numbers of the middle column of diagram 8. 實如法而一。Divide the top number of right column by 428750.
11	○ 高 二 二 二 二 二 二 二 二 二 二 二 二 二	
12 支闌		
13 閏圖		



均貨推本

- 問海舶赴務抽畢,除納主家貨物外,有沈香五千八十八兩,胡椒一萬四百三十包 (包四十斤),象牙二百一十二合(大小為合,斤兩俱等),係甲乙丙丁四人合本 博到。緣昨來凑本,互有假借,甲分到官供稱:甲本金二百兩,鹽四袋,鈔一十道。 乙本銀八百兩,鹽三袋,鈔八十八道。丙本銀一千六百七十兩,度蝶一十五道。丁 本度蝶五十二道,金五十八兩八銖。已上共估值四十二萬四千貫。甲借乙鈔,乙借 丙銀,丙借丁度蝶,丁借甲金。今合撥各借物歸原主名下,為率均分上件貨物。欲 知金、銀、袋、鹽、度牒原價及四人各合得香、椒、牙幾何?
- 沈香 A Aloe wood
- 胡椒 B pepper
- 象牙 C ivory
- 金C Gold
- 盐D Salt
- 银E Silver

度牒 F documents used by monk and still could be used as money

Divide goods equally and look for the capital

- After having conveyed goods by sea boats, except for the goods handed over to the owner's house, there remains 5088 *Liang* of A, 10430 *Bao* of B (1 *Bao*=40 *Jin*), 212 *He* of C (1He=a big ivory + a small one). The remained goods were obtained by four persons (1,2,3,4), who possess together the capital. Because the four businessmen collected the capital yesterday, they lent and borrowed among themselves. They told the official that the capital of the first person was 200 *Liang* of C, 4 *Dai* of D every row, totally 11 rows; the capital of the second person was 800 *Liang* of E, 3 *Dai* of D every row, totally 88 rows; the capital of the third person was 1670 *Liang* of E, 15 *Dao* of F; the capital of the fourth person was 52 *Dao* of F, 58*Liang* 8*Zhu* of C(1*Liang*=24*Zhu*). It is estimated that altogether the previous (capitals) have a value of 424000 Guan. The first man man borrowed D from the second man; the second man borrowed E from the third man; the third man borrowed C from the first man. Now all goods should be returned to their masters, the previously mentioned goods being shared in proportion. One wants to know how much the original price of C, D, E, F and how much each of the four persons respectively should obtain?
- 沈香 A Aloe wood 胡椒 B pepper 象牙 C ivory
- 金C Gold 盐D Salt 银E Silver 度牒 F documents used by monk and still could be used as money
- Jin · Liang-measuring unit of weight
- Bao-bag , Dai-sack , He -used for measuring unit of weight

寄の貢加のの損 「「金」の。 「二」の「一」」の「一」」の「 「二」の「一」」の「 「二」の「二」」の「 「二」の「二」」の「 「二」の「二」」の「 「二」」の「 「二」」」」、 「二」」」、 「二」」」、 「二」」、 二」」」、 二」」」、 二」」」、 二」」」、 二」」」、 二」」」、 二」」」、 二」」」、 二」」」、 二」」」、 二、 二」」」、 二、 二、 二」」、 二、 二、 二、 二、 二、 二、 二、 二、 二、 二	春間 音 春 春 春 春 春 春 春 春 春 春 春 春 春 春 春 春 日	専日署任直問十二萬四千貫以四人約之得一十萬六 千貫為冬黃以人數列四位大量甲金二百六州四處久量 百百萬為司行大置百足美米と同位人前二百六州四處及銀八 五百萬為司行大置百度無一千六百七十百度熙一十五 五百六十四處美公開二千六百七十百度熙一十五 五方大量以公子一內入生上金內其 二次母連美左行清數只以分子一內入生上金內其 二次母連美左行清數只以分子一內入生上金內其 一方求得四十十一萬八千貫左金得一百七十五兩左度 一個之生上金內其 一名主子」的之上之所為之將四 一百五十六道是一一百人一百次重重 整約一百七十五兩左 長、得回二十一萬八千貫左金得一百七十五兩左 長、第一十一萬八千貫左金得一百七十五兩左 長、四月十一萬八千貫左 金得一百七十五兩左 長、四月十一萬八千貫左 金得一百七十五兩左 長、四月十一萬八千貫左 金得一百七十五兩左 長、四月十一萬八千丁 一百六十一章 一章 一百六十一章 一百六章 一百六十一章 一章 一百六十章 一章 一章 一章 一章 一章 一章 一章 一章 一章 一章 一章 一章 一章	相日以方程,141,250,251,150,151,151,151,151,151,151,151,151,1	丙氟華丽五十貫文 本十二萬三千五百貫文 本十二萬三千五百貫文 本十十二萬三千五百貫文 本十十二萬三千五百貫文 本十十二萬二千五百貫文 小本一十萬五百貫文 人得法香一千二百八兩 前椒三子三十之包三千九斤五兩兩年十三 今得法香一千二百八兩 前椒三子三十之名三十二 一十三萬二十五百貫文 小本一十百七十二二百八 一百七十二二〇八斤三兩五十三 一十三百七十二十三 一十三百二十五百貫文 一十二百二十五百貫文 一十二百二十二百二十二 一十二百二十二 一十二百二十二 一十二百二十二 一十二百二十二 一十二百二十二 二十二 二十二 二十二 二十二 二十二 二十二 二十	★日甲金砂面目すう14. 本一十二萬四千貴次 小七二萬四千貴次 小七萬六千二百次 小七萬六千二百八十八兩 南載二千五十包一十一万五兩頭五十三次 水七萬六千百九十二百 小七二萬一千二百八十八兩 「五兩頭五十三次 小二一兩五十一二兩 重五十一二百八十八兩 一二一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一	●の角質部は一番四百三十色地四東来にあって、 「「「「「「「」」」、「「」」、「」」、「」」、「」」、「」」、「」」、「」」
□□□□五 「□□□□五 「□□□五 」 □□□二 」 □□□二 」 □□□二 □ □□二 □ □ □□二 □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	可令 出一丁・○ 1/1 二 1 三間 す今 出一丁・○ 1/1 二 1 三間 夏安 1/1 二 1 三間 1/1 二 1 三間 夏安 1/1 二 1 三間 1/1 二 1 三間 夏安 1/1 二 1 三間 1/1 二 1 三間 夏安 1/1 二 1 三間 1/1 二 夏安 1/1 二 1 三間 1/1 二 夏安 1/1 二 1 二 1/1 二 夏安 1/1 二 1 二 1/1 二 夏安 1/1 二 1/1 二 夏夏	ちょう (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1)	$ \begin{array}{c} \partial t \\ \partial t $		□□□□ \$1 (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1	
副 (↑) □□□□□□□ (↑) ★ (↑) ● (↑) <td< td=""><td>百五十六章 「日田」 「日田」</td><td></td><td>感三十三天為高速 「」「「」」」」 「」」」 「」」」」 「」」」」 「」」」」 「」」」」 「」」」」 「」」」」 「」」」」 「」」」」 「」」」」 「」」」」」 「」」」」 「」」」」」 「」」」」」 「」」」」」 『」」」」」 『」」」」」 『」」」」」 『」」」」」 『」」」」」 『」」」」」 『』」」」」」 『』」」」」」 『』」」」」」 『』」」」」」 『』」」」」 『』」」」」」 『』」」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」 『』」」」 『』」」」 『』」」」 『』」」」 『』」」」 『』」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」 』」 『』」」」 『』」」 『』」」」 『』」」 『』」」 『』」」 『』」」 』」 』」 『』」 』」 』」 『』」 』」 』」 『 』」 』」 』</td><td>予調 市<td>上行名相減更重テナⅡ% 一川二支 「川二支 「川二支 」」。 「三川二支 」」。 「三川二支 」」。 」」。 」」。 」」。 」」。 」」。 」」。 」」</td><td></td></td></td<>	百五十六章 「日田」 「日田」		感 三十三天為高速 「」「「」」」」 「」」」 「」」」」 「」」」」 「」」」」 「」」」」 「」」」」 「」」」」 「」」」」 「」」」」 「」」」」 「」」」」」 「」」」」 「」」」」」 「」」」」」 「」」」」」 『」」」」」 『」」」」」 『」」」」」 『」」」」」 『」」」」」 『」」」」」 『』」」」」」 『』」」」」」 『』」」」」」 『』」」」」」 『』」」」」 『』」」」」」 『』」」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」」 『』」」」 『』」」」 『』」」」 『』」」」 『』」」」 『』」」」 『』」」」」 『』」」」」 『』」」 』」 『』」」」 『』」」 『』」」」 『』」」 『』」」 『』」」 『』」」 』」 』」 『』」 』」 』」 『』」 』」 』」 『 』」 』」 』	予調 市 <td>上行名相減更重テナⅡ% 一川二支 「川二支 「川二支 」」。 「三川二支 」」。 「三川二支 」」。 」」。 」」。 」」。 」」。 」」。 」」。 」」</td> <td></td>	上行名相減更重テナⅡ% 一川二支 「川二支 「川二支 」」。 「三川二支 」」。 「三川二支 」」。 」」。 」」。 」」。 」」。 」」。 」」。 」」	
法除之得三十九斤不憲二百八十二(1) 一八兩求等得十六府之得三十九斤不憲二百八十二(1) 一八兩求等得十六府之得五千五一(1) 二十三丁得二千九百六十二之(1) 二十三丁得二千九百六十二之(1) 二十二二百二十二之(2) 二十二之(1) 二十二之(2) 二十二(2) 二(2) 二(2) 二(2) 二(2) 二(2) 二(2) 二(2)	「斤不處二百七十二斤以十八宵迴之得四千三百五 十二百又以法除之得五百不靈二百十二字常得 一十六約之得五百十三分前之之名即「伊不三百五 一十八月五百五十三分前之之名即「伊不三百五 十九刻二不靈百百十二、二公四十八年之母」「八百六 十九刻二六百二十又以。」「七百二十二年又以法 一百五十三分前之之之即「伊太二二百二十 二百五十三分前之之之即「伊太二二百二十 二百五十三分前之之之即「伊太二二百二十 二百五十三分前之之之」「十二年又以法 四五十二八百六十八百六十八名二十一下			□百日十七丁年:555年1月1日 「四石甲」百六十美5年1月1日 「四子其為甲元本以右し」百五十支未たし三百円 「天丁二十五百以来た以七百七十二二百五十支 長和七萬六子其為乙二六人十七進得一十萬三子五百以為西元十 百万二十二年二十二萬二十二萬二十二萬一十二萬二 一百日十七丁年二二百一名鳥羽支於右行他右行別 五百日十七丁年二二百一名鳥羽支於右行他右行別 一百日十七丁年二二百一名鳥羽支於右行他右行別 一百日十七丁年二二百一名鳥羽支於右行他右行別 一百日十七丁年二二百一名鳥羽支於右行他右行別 一百日十七丁年二二百一名鳥羽支於右行他右行別 一百日十七丁年二二百一名鳥羽支於右行他右行別 一百日十七丁年二二百一子鳥羽支於右行他右行別 一百日十七丁年二二百一子鳥羽支於右行他右行別 一百日十二十二二百一子二百四十二十二三百日 一二百日十二十二二百一子二百四十二十二三百日 二百日十二十二二百二十二百日 二百日十二十二二百二十二百日 二百日十二百二十三二百日 二百日十二十二十二百日 二百日十二十二二十二百日 二百日十二十二二百二十二三百日 二百日十二十二二百十二二百日 二百日十二十二二百二十二二百日 二百日十二十二二百二十二百日 二百日十二十二二百二十二百日 二百日十二十二二百二十二百日 二百日十二十二百日 二百日十二十二百二十二百日 二百日十二十二百日 二百日十二十二百二十二百日 二百日十二十二百日 二百日十二十二百日 二百日十二十二百日 二百日十二百日 二百日十二百日 二百日十二百日 二百日十二百日 二百日十二百日 二百日十二百日 二百日十二百日 二百日十二百日 二百日十二百日 二百日十二百日 二百日十二百日 二百日十二百日 二百日十二百日 二百日十二百日 二百日十二百日 二百日十二百日 二百日十二百日 二百日十二百日 二百日 二百日 二百日 二百日 二百日 二百日 二百日	十五於左甲九右低四百八十貫乃以去甲時三的之 第一百六五七十面得二千貫乃以大兄甲紫州三的之 次行成群一十五道併左皮賬五十二道得六九七道 一里。 素百一載 二二 萬有甲皮人十貫乃以去甲時三的之 一 第一二 二 百 四 一一載 二二 百 四 一 二 五 百 四 一 二 五 百 四 一 二 五 四 一 二 三 四 章 一 二 五 四 一 二 二 一 四 一 二 二 二 三 四 章 一 二 二 二 二 二 三 二 三 二 二 二 三 二 5 二 二 二 三 二 二 二 二	五方(百) 左 大 (百) 五方(百) 一 0 0 0 0 五方(百) 1 1 1 1 1 0 0 0 五方(百) 次 0 次 0

				-	
Name	Left Secondary Auxiliary	Right Detail of procedure		國委員	The right column plus the
1 首圖 First diagram	○ 銀一丁上〇	存 TOO 直 Multiply the left column by 重の 3.	6 爻圖 Diagram yao	一 ○ 載 二 三	secondary column. 仍置定圖右行數。 I again put all the numbers of the right column of the determined diagram.
2 次圖 Second diagram	<u>液画II 度一III で</u> 選 III-TTOO IOTOO IOTOO IO ★ 1 - III O CO III O TOO IO ★ 1 - III O CO III O TOO IO ★ 1 - III O CO IIII O CO III O CO IIII O CO IIII O CO III O C	o Too ∬ Divide four columns by their greatest common divisors.	7 政圖 Diagram zheng	秋田一田○○ IIT三日三四 後一田二面 秋日二面 秋日二面 秋日二面 秋日二面 秋日二面 秋日二面 秋日二面 秋日	Multiply the secondary column by 11; multiply the auxiliary column by 35.
	皮 = 皮-皿 つ 職 尿 つ	 后國屢變,每取定率圖數 用之。 Following diagrams always 	8 卜圖 Diagram bu	日本田 2000 111111111111111111111111111111111	The auxiliary column minus the secondary column. 既単,仍置定國副行數。 When this is finished, I again put the numbers
3 定率圖 Diagram of the		存 change, and I take the 加加加加加加加加加加加加加加加加加加加加加加加加加加加加加加加加加加加加	5165.011.54		of the auxiliary column of the determined diagram.
determined <i>lü</i>		Multiply the secondary column by 156; multiply the left column by 3.	0 合國	日本日本 日本日本 日本日本 日本日本 日本日本 日本日本 日本日本 日本日本 日本日本 日本日本 日本日本 日本日本 日本日本 日本日本 日本日本 日本日本 日本日本 日本日本 日本日本 日本	whotron Divide the
4 維圖 Diagram wei		計上面 充 全間 動 の の The secondary column minus the left column.	9 펌 國 Diagram gong		top number of right column by 569644.
	圖 音			同周末	
5 音圖	川一川のの研二川三川二の新 新一川二則	of the left column of the			
Diagram vin	2月二日 美川二日 0 第三日	determined diagram.			
2.00.011 111	○ 愛助二 ○Ⅲ (登)○○	Multiply the right			
	a l	column by 105.			

10 干圖 Diagram gan	存 行 将 将 春 赤 一町二里 看川上町 査 春 青 一町二里 看川上町 査 金 ○ 金 金 ○ 金 ○ ○ 金 ○ ○ 金 ○ ○ 金 ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	
11 曜圖 Diagram yao		
12 支圖 Diagram zhi	支 支	
13 閏圖 Diagram run	横Ⅲ一Ⅲ○○ 低聯 (賀) (第二Ⅲ 資川重○ ★Ⅲ一Ⅲ○○ 低聯 (賀二Ⅲ 資川重○ ★ 1→Ⅲ ○ ○ (銀) ○ ○ ※ ○ (銀) ○ ○ ○ ※ ○ ○ ○ ○ ○	

14 定圖 Diagram ding	注Ⅲ○○ 俊Ⅲ 信= Ⅲ 慎三Ⅲ 頁 三Ⅲ○○ 俊Ⅲ 信= Ⅲ 慎三Ⅲ ○ ○ ○ 金 ○ ○ ○ 金 ○ ○ ○ 金 ○ ○ ○ ○ 金 ○ ○ ○ ○ 金 ○ ○ ○ ○ ○ 金 ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ 金 ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	
15 終圖 Final diagram	左 天警 画 1回c0000式 回0000式 三0000式 0 0 金 0 0 金 0 第 0 0 第 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0	
16		
17 10d		
18		

Conclusion

- What are counting rods?
- Counting rods are not only an instrument for calculation, but an instrument to show some quantitative relation by their positions and notations.
- What are diagrams?
- Diagrams are an instrument to display the process of playing counting rods.
- Diagrams are not aids to calculation, while they are aids to procedure.
- Old procedures and mathematics changed because of making both use of rods and diagrams.



1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 **リリッメ 8 ユ ム ム 本 タ 0** ー 二 三 **ド 8 ユ ム ム ス タ 0**

Thanks for watching~